مسائل

۷-۱ تفاوت میان بعد و واحد چیست؟ برای هر یک سه مثال ارائه دهید.

۷-۲ در هنگام انجام تحلیل ابعادی، یکی از گام‌های اولیه، فهرست کردن ابعاد اولیه هر یک از پارامترها می‌باشد. داشتن جدولی از پارامترها و ابعاد اصلی آنها کار ساده و آسانی است. برای شما چنین جدولی را آماده کرده‌ایم (جدول م ۷-۲)، که شامل بعضی از

جدول ۷-۲م

نام پارامتر	علامت پارامتر	ابعاد اولیه
شتاب	a	$L^{1}t^{-2}$
زاویه	$\theta, \phi, etc.$	۱ (بدون بعد)
چگالی	ρ	$m^{1}L^{-3}$
نیرو	F	$m^{1}L^{1}t^{-2}$
فرکانس	f	t^{-1}
فشار	P	$m^{1}L^{-1}t^{-2}$
کشش سطحی	σ_s	$m^{1}t^{-2}$
سرعت	V	$L^{1}t^{-1}$
لزجت	μ	$m^{1}L^{-1}t^{-1}$
دبی حجمی	$\dot{\forall}$	$L^{3}t^{-1}$

پارامترهای اساسی است که عموماً در مکانیک سیالات با آنها مواجه می‌شویم. هنگامی‌که در حال حل تکلیف‌های این فصل هستید، مقادیر جدیدی را به این جدول اضافه کنید. شما باید بتوانید جدولی با یک دوجین پارامتر ایجاد کنید.

۳-۷ هفت بعد اصلی را فهرست کنید. در ارتباط با این هفت بعد چه چیزی قابل توجه است.

۴-۷ ابعاد اصلی ثابت جهانی گاز ایده‌آل R_u را بنویسید. (تذکر: از قانون گاز ایده‌آل $P\forall = nR_uT$ استفاده کنید که P فشار، $\forall$ حجم، T دمای مطلق و n تعداد مول گاز است.) جواب: $\{m^{1}L^{2}t^{-2}T^{-1}N^{-1}\}$

۵-۷ بر روی جدول تناوبی عناصر، جرم مولی (M)، که غالباً وزن اتمی نامیده می‌شود، اغلب به عنوان یک کمیت بی‌بعد فهرست شده است (شکل م ۷-۵). در واقع، وزن اتمی، جرم یک مول از عنصر است. برای مثال، وزن اتمی نیتروژن $M_{nitrogen}$=۱۴٫۰۰۶۷

6 C 12.011	7 N 14.0067	8 O 15.9994
14 Si 28.086	15 P 30.9738	16 S 32.060

شکل ۷-۵ م

است. این پارامتر را به عنوان $14/0067\ g/mol$ از عنصر نیتروژن، یا در سیستم انگلیسی $14/0067\ lbm/lbmol$ از عنصر نیتروژن تفسیر می‌کنیم. ابعاد اصلی وزن اتمی چیست؟

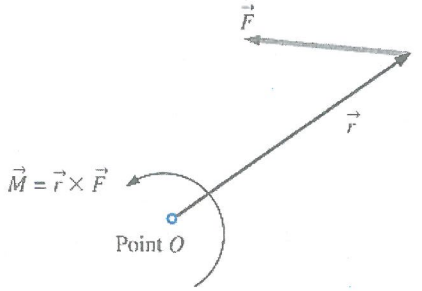
۶-۷ بعضی از نویسندگان ترجیح می‌دهند که به جای جرم از نیرو به عنوان یک بعد اولیه استفاده کنند پس در یک مسأله عمومی‌مکانیک سیالات، ابعاد اولیه m، L، t و T را با F، L و t و T جایگزین می‌کنید. بعد اصلی نیرو در این سیستم $\{F\} = \{$ نیرو $\}$ می‌باشد. با استفاده از نتایج مسأله ۷-۴، بعد اولیه ثابت جهانی گاز را در سیستم ابعاد اولیه جدید بنویسید.

۷-۷ برای یک گاز خاص ثابت گاز ایده‌آل مخصوص R_{gas} را به عنوان نسبت ثابت جهانی گاز و جرم مولی گاز تعریف می‌کنیم. $R_{gas} = R_u / M$، برای یک گاز خاص، قانون گاز ایده‌آل را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$P\forall = m R_{gas} T \quad \text{یا} \quad P = \rho R_{gas} T$$

که P فشار، $\forall$ حجم، m جرم، T دمای مطلق و ρ چگالی گاز می‌باشد. ابعاد اولیه R_{gas} چیست؟ برای هوا، در سیستم استاندارد آحاد SI، $R_{air} = 287\ J/kg.K$ می‌باشد. نشان دهید که این آحاد با نتیجه شما سازگاری دارد.

۸-۷ مطابق شکل م ۷- ۸ گشتاور یک نیرو $(\vec{M})$ از حاصل‌ضرب برداری بازوی گشتاور $(\vec{r})$ و نیروی وارد شده $(\vec{F})$ به دست می‌آید. ابعاد اولیه گشتاور نیرو چیست؟ آحاد آن را در سیستم SI و سیستم انگلیسی بنویسید.



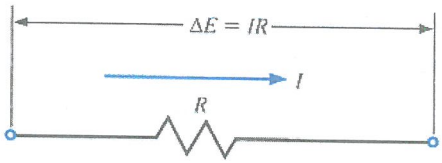
شکل م ۷-۸

۹-۷ ابعاد اصلی هر یک از متغیرهای زیر را که از حوزه دینامیک هستند، بنویسید.
(الف) انرژی E، (ب) انرژی مخصوص $e = E/m$ و (ج) توان W.
جواب‌ها: (الف) $\{m^1 L^2 t^{-2}\}$، (ب) $\{L^2 t^{-2}\}$، (ج) $\{m^1 L^2 t^{-3}\}$

۱۰-۷ ابعاد اصلی ولتاژ الکتریکی (E) چیست؟ (تذکر: از این واقعیت که توان الکتریکی برابر با ولتاژ ضربدر جریان است استفاده کنید.)

۱۱-۷ شما احتمالاً با قانون اهم برای مدارهای الکتریکی آشنا هستید (شکل م ۷-۱۱)، که ΔE اختلاف ولتاژ یا پتانسیل در یک مقاومت، I جریان الکتریکی عبوری از آن مقاومت و R مقاومت الکتریکی است. ابعاد اولیه مقاومت الکتریکی چیست؟

جواب: $\{m^{1}L^{2}t^{-3}I^{-2}\}$

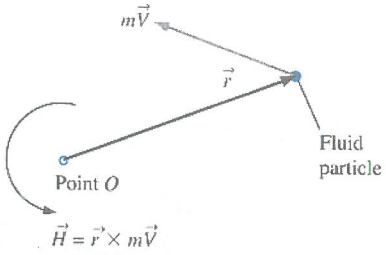


شکل م ۷-۱۱

۱۲-۷ ابعاد اولیه هر یک از متغیرهای مربوطه را نوشته و تمام مراحل کار را نشان دهید: (الف) شتاب a، (ب) سرعت زاویه‌ای ω و (ج) شتاب زاویه‌ای α.

۱۳-۷ مومنتوم زاویه‌ای که اغلب گشتاور مومنتوم نامیده می‌شود ($\vec{H}$)، مطابق شکل م ۷-۱۳ از حاصل‌ضرب برداری بازوی گشتاور و مومنتوم خطی ($m\vec{V}$) ذره سیال به دست می‌آید. ابعاد اصلی مومنتوم زاویه‌ای چیست؟ آحاد مومنتوم زاویه‌ای را بر حسب آحاد اصلی SI و آحاد اصلی انگلیسی بنویسید.

جواب‌ها: $\{m^{1}L^{2}t^{-1}\}$, $kg.m^{2}/s$, $lbm.m^{2}/s$, $lbm.ft^{2}/s$



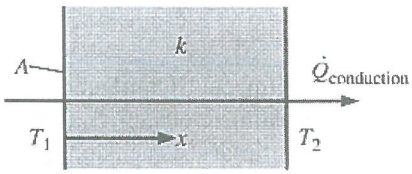
شکل م ۷- ۱۳

۱۴-۷ ابعاد اصلی هر یک از متغیرهای زیر را نوشته و تمام مراحل کار را نشان دهید: (الف) گرمای ویژه در فشار ثابت c_p، (ب) وزن مخصوص ρg و (ج) آنتالپی ویژه h.

۱۵-۷ ضریب هدایت گرمایی k معیاری از توانایی یک ماده در برابر هدایت حرارت می‌باشد (شکل م ۷-۱۵). برای انتقال حرارت هدایتی در جهت x در یک صفحه عمود بر جهت x قانون هدایت حرارت فوریه به صورت زیر بیان می‌شود،

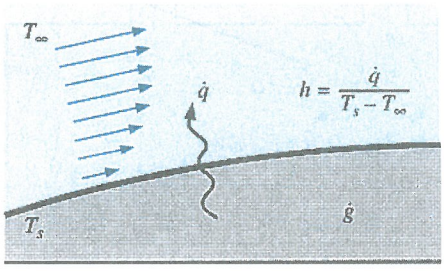
$$\dot{Q}_{condouction} = -kA\frac{dT}{dx}$$

که $\dot{Q}_{condouction}$ نرخ انتقال حرارت و A مساحت عمود بر جهت انتقال حرارت است. ابعاد اصلی ضریب هدایت حرارتی را به دست آورید. مقدار (k) را از جدول پیوست به دست آورده و نشان دهید که واحد SI مربوط به آن با نتیجه شما سازگاری دارد. واحدهای اصلی SI برای k را بنویسید.



شکل م ۷-۱۵

۱۶-۷ ابعاد اصلی هر یک از متغیرهای حاصل از مطالعه انتقال حرارت جابه‌جائی را نوشته (شکل م ۷-۱۶) و تمام مراحل کار را نشان دهید: (الف) نرخ حرارت تولید شده $\dot{g}$ (تذکر: نرخ تبدیل انرژی گرمایی بر واحد حجم)، (ب) شار حرارتی $\dot{q}$ (تذکر: نرخ انتقال حرارت بر واحد سطح)، (ج) ضریب انتقال حرارت h (شار حرارتی بر واحد اختلاف دما).



شکل م ۷-۱۶

۱۷-۷ پیوست‌های یک کتاب ترمودینامیک را ورق زده و سه خاصیت یا ثابتی که در مسائل ۷-۱ تا ۷-۱۶ ذکر نشده است را پیدا کنید. نام هر خاصیت یا ثابت را همراه با واحد *SI* آن بنویسید. سپس ابعاد اصلی هر خاصیت یا ثابت را استخراج کنید.

۱۸-۷ پیوست‌های این کتاب و یا یک کتاب ترمودینامیک را ورق زده و سه خاصیت یا ثابتی که در مسائل ۷-۱ تا ۷-۱۷ ذکر نشده است را پیدا کنید. نام هر خاصیت یا ثابت را همراه با واحد انگلیسی آن بنویسید، سپس ابعاد اصلی هر خاصیت یا ثابت را استخراج کنید.

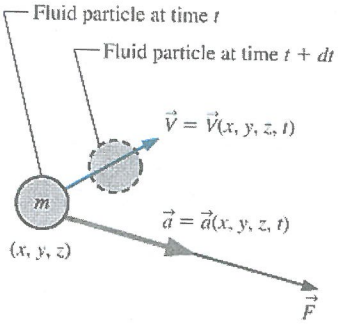
همگنی ابعادی

۱۹-۷ قانون همگنی ابعادی را بر حسب عبارات ساده بیان کنید.

۲۰-۷ در فصل ۴ شتاب مادی را که شتاب یک ذره سیال بود تعریف کردیم (شکل م۷-۲۰)،

$$\vec{a}(x,y,z,t)=\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}$$

(الف) ابعاد اولیه عملگر گرادیان $\vec{\nabla}$ چیست؟ (ب) نشان دهید که تمام جملات معادله ابعاد یکسانی دارند. جواب‌ها: (الف) $\{L^{-1}\}$، (ب) $\{L^{1}t^{-2}\}$



شکل م ۷-۲۰

۲۱-۷ قانون دوم نیوتن اساس معادله دیفرانسیل بقای مومنتوم خطی است (در فصل ۹ بحث خواهد شد). قانون دوم نیوتن برحسب شتاب مادی یک ذره سیال به صورت زیر نوشته می‌شود (شکل م ۷-۲۰):

$$\vec{F}=m\vec{a}=m\left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}\right]$$

یا، با تقسیم دو طرف رابطه بر جرم ذره سیال، به‌دست می‌آید:

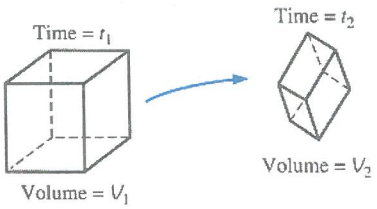
$$\frac{\vec{F}}{m}=\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+(\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}$$

ابعاد اصلی تمام جملات معادله را بنویسید و نشان دهید که معادله از لحاظ ابعادی همگن است تمام مراحل کار را نشان دهید.

۲۲-۷ در فصل ۴ نرخ کرنش حجمی را به صورت نرخ افزایش حجم یک المان سیال بر واحد حجم تعریف کردیم (شکل م ۷-۲۲). در مختصات کارتزین نرخ کرنش حجمی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{V}\frac{DV}{Dt}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

ابعاد اصلی تمام کمیات را نوشته و نشان دهید که معادله از نظر ابعادی همگن است. تمام مراحل کار را نشان دهید.



شکل م ۷-۲۲

۲۳-۷ در فصل ۹ معادله دیفرانسیل بقای جرم (معادله پیوستگی) را به دست می‌آوریم. در مختصات استوانه‌ای و برای جریان دائم داریم:

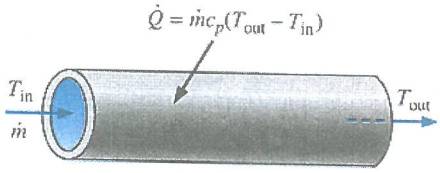
$$\frac{1}{r}\frac{\partial (ru_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0$$

ابعاد اصلی هر جمله را نوشته و نشان دهید که معادله از نظر ابعادی همگن است. تمام مراحل کار را نشان دهید.

۲۴-۷ آب سرد وارد لوله‌ای شده و به وسیله یک منبع حرارتی خارجی گرم می‌شود (شکل ۷-۲۴م). دمای آب در مقطع ورودی و خروجی به ترتیب T_{in} و T_{out} است. نرخ کل انتقال حرارت $\dot{Q}$ از محیط به آب داخل لوله به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{Q}=\dot{m}c_p(T_{out}-T_{in})$$

که $\dot{m}$ دبی جرمی آب داخل لوله بوده و c_P گرمای ویژه آب است. ابعاد اولیه جملات معادله را نوشته و نشان دهید که معادله از لحاظ ابعادی همگن است. تمام مراحل کار را نشان دهید.



شکل م ۷-۲۴

۷-۲۵ تئوری انتقال رینولدز *(RTT)* در فصل ۴ بحث شد. برای حالت کلی حجم معیار متحرک و / یا در حال تغییر شکل، RTT را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho b d\forall + \int_{CV} \rho b \vec{V}_r . \vec{n}\, dA$$

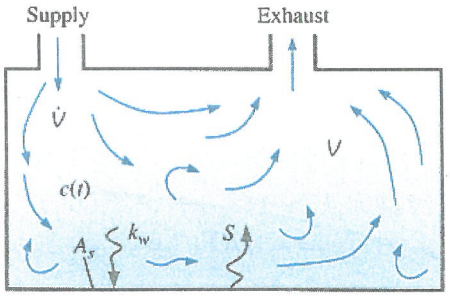
که $\vec{V}_r$ سرعت نسبی یعنی سرعت سیال نسبت به سطح معیار، می‌باشد، ابعاد اصلی جملات معادله را بنویسید و نشان دهید که معادله از نظر ابعادی همگن است. تمام مراحل کار را نشان دهید. (تذکر چون B می‌تواند نشان‌دهندهٔ هر خاصیت جریان باشد- اسکالر، برداری، یا حتی تانسوری- می‌تواند تنوع ابعاد داشته باشد. بنابراین، فقط ابعاد B را به صورت $\{B\}$ قرار دهید. هم‌چنین b به صورت B بر واحد جرم تعریف می‌شود.)

۷-۲۶ یکی از کاربردهای مهم مکانیک سیالات، مطالعه تهویه مطبوع اتاق است. در حالت خاص، فرض کنید یک منبع S (جرم بر واحد زمان) آلوده کننده هوا در اتاقی به حجم $\forall$ قرار دارد (شکل م- ۷-۲۶). مثال‌ها شامل مونوکسید کربن حاصل از دود سیگار، یک گرم کن نفتی بدون دوکش، گازهایی از قبیل بخار آمونیاک حاصل از محصولات تمیز کننده خانگی و بخارهای حاصل از تبخیر ترکیبات آلی فرار *(VOC)*ها حاصل از یک مخزن در باز می‌باشد. از متغیر c برای نشان دادن تمرکز جرم (جرم آلوده کننده بر واحد حجم هوا) استفاده می‌شود. $\dot{\forall}$ بیانگر دبی حجمی هوای تمیز (تازه) ورودی به اتاق است. اگر هوای داخل اتاق به خوبی مخلوط شود، به صورتی که تمرکز جرم c در

سرتاسر اتاق یکنواخت باشد، اما نسبت به زمان تغییر کند، معادله دیفرانسیل تمرکز جرم در اتاق به صورت تابعی از زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$\forall \frac{dc}{dt} = S - \dot{\forall} c - cA_s k_w$$

که k_w ضریب جذب و A_s مساحت سطح دیواره‌ها، کف‌ها، مبلمان و غیره می‌باشد که قدری از آلودگی‌ها را جذب می‌کند. ابعاد اصلی هر یک جملات معادله را نوشته و نشان دهید که این جملات از لحاظ ابعادی همگن هستند، سپس ابعاد k_w را به دست آورید. تمام مراحل کار را نشان دهید.



شکل م ۷-۲۶

بی‌بعد سازی معادلات

۲۷-۷ دلیل اصلی برای بی‌بعدسازی یک معادله چیست؟

۲۸-۷ همانند شکل م ۷-۲۶ تهویه مطبوع در یک اتاق را که هوای آن به خوبی مخلوط شده باشد را در نظر بگیرید. معادله دیفرانسیل تمرکز جرم در اتاق به صورت تابعی از زمان در مسأله ۷-۲۶ داده شده است و برای سهولت در اینجا تکرار شده است:

$$\forall \frac{dc}{dt} = S - \dot{\forall} c - cA_s k_w$$

در چنین جایی سه پارامتر مشخصه وجود دارند، L مقیاس طولی مشخصه اتاق (با فرض $L = \forall^{1/3}$)، $\dot{\forall}$ دبی حجمی هوای تازه ورودی به اتاق و c_{limit} حداکثر تمرکز جرمی است که مضر نمی‌باشد، (الف) با استفاده از سه پارامتر مشخصه، شکل‌های بی‌بعد تمام متغیرهای مسأله را بنویسید (تذکر: برای مثال $c^* = c / c_{\lim it}$ را تعریف کنید). (ب) معادله را به شکل بی‌بعد نوشته و گروه‌های بی‌بعد متعارفی را که ممکن است در مسأله ظاهر شوند شناسایی کنید.

۲۹-۷ از فصل ۴ به یاد داریم که نرخ کرنش حجمی برای جریان تراکم‌ناپذیر دائم صفر است. این موضوع در مختصات کارتزین به صورت زیر بیان می‌شود:

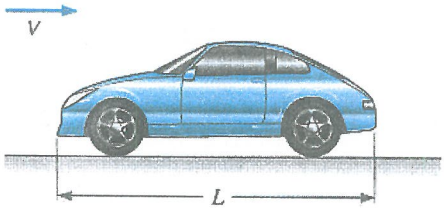
$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

فرض کنید سرعت و طول مشخصه میدان جریان داده شده به ترتیب V و L باشند (شکل ۷ -۲۹ م). متغیرهای بی‌بعد مربوطه را به صورت زیر تعریف کنید:

$$x^*=\frac{x}{L},\qquad y^*=\frac{y}{L},\qquad z^*=\frac{z}{L},$$

$$u^*=\frac{U}{V},\qquad v^*=\frac{v}{L},\qquad \text{و}\qquad w^*=\frac{w}{V}$$

معادله را بی‌بعد کرده و پارامترهای بی‌بعد متعارفی که ممکن است ظاهر شوند را شناسایی کرده و بحث کنید.



شکل م ۷-۲۹

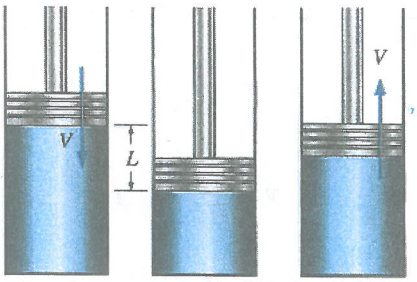
۳۰-۷ در یک میدان جریان تراکم‌پذیر نوسانی نرخ کرنش حجمی‌صفر نیست اما برای یک ذره سیال با زمان تغییر می‌کند. در مختصات کارتزین این تانسور به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{1}{V}\frac{DV}{Dt}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

فرض کنید که برای میدان جریانی سرعت و طول مشخصه مسأله به ترتیب V و L باشند. هم‌چنین فرض کنید که f فرکانس مشخصه نوسان باشد (شکل م ۷-۳۰). متغیرهای بی‌بعد مربوطه را به صورت زیر تعریف کنید:

$$t^* = ft,\ \forall^* = \frac{\forall}{L^3},\ x^* = \frac{x}{L},\ y^* = \frac{y}{L}$$
$$z^* = \frac{z}{L},\ u^* = \frac{u}{V},\ v^* = \frac{v}{V},\ w^* = \frac{w}{V}$$

معادله را بی‌بعد کرده و پارامترهای بی‌بعد متعارفی که ظاهر می‌شوند را شناسایی کنید.



f = frequency of oscillation

شکل م ۷-۳۰

۷-۳۱ در فصل ۹ تابع جریان ψ را برای جریان تراکم‌ناپذیر دو بعدی در صفحه xy به صورت زیر تعریف کردیم:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

که u و v به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در جهات x و y هستند. (الف) ابعاد اصلی ψ چیست؟ (ب) فرض کنید که یک جریان دو بعدی دارای مقیاس طولی مشخصه L و مقیاس مشخصه زمانی t باشد. اشکال بی‌بعد متغیرهای x، y، u، v و ψ را تعریف کنید. (ج) معادلات را به شکل بی‌بعد نوشته و پارامترهای بی‌بعد متعارفی که در مسأله ظاهر می‌شوند را شناسایی کنید.

۷-۳۲ در یک میدان جریان تراکم‌ناپذیر نوسانی نیروی وارد به یک ذره سیال بر واحد جرم با استفاده از قانون دوم نیوتن به شکل شدتی به صورت زیر به دست می‌آید (مسأله ۷-۲۱ را ببینید)،

$$\frac{\vec{F}}{m} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}$$

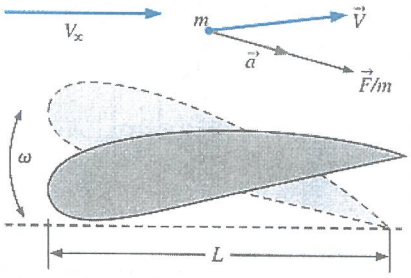
فرض کنید که برای میدان جریانی سرعت و طول مشخصه مسأله به ترتیب V_∞ و L باشند. هم‌چنین فرض کنید که ω فرکانس زاویه‌ای مشخصه (rad/s) نوسان می‌باشد (شکل م ۷-۳۲). متغیرهای بی‌بعد مربوطه را به صورت زیر تعریف کنید:

$$t^* = \omega t, \quad \vec{x}^* = \frac{\vec{x}}{L}, \quad \vec{\nabla}^* = L\vec{\nabla}, \quad \text{و} \quad \vec{V}^* = \frac{\vec{V}}{V_\infty}$$

چون برای نیروی وارد شده به ذره سیال بر واحد جرم مقیاس مشخصه‌ای وجود ندارد، با توجه به این‌که $\{\vec{F}/m\} = \{L/t^2\}$، می‌توانیم این کمیت را به صورت زیر بی‌بعد کنیم، یعنی قرار دهیم،

$$(\vec{F}/m)^* = \frac{1}{\omega^2 L}\vec{F}/m$$

معادله حرکت را بی‌بعد کرده و پارامترهای بی‌بعد متعارفی که در مسأله ظاهر می‌شوند را شناسایی کنند.



شکل م ۷-۳۲

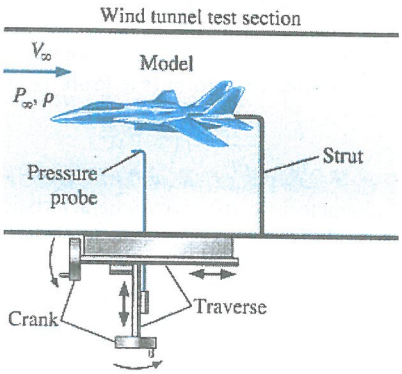
۷-۳۳ از تونل بادی برای اندازه‌گیری توزیع فشار ناشی از جریان هوا روی یک مدل هواپیما استفاده می‌شود (شکل م ۷-۳۳). سرعت هوا در تونل باد به قدری کم است که اثرات تراکم‌پذیری قابل صرف‌نظر می‌باشند. همان‌طور که در فصل۵ توضیح داده شد در چنین جریانی تقریب معادله برنولی در همه جا به جز نواحی نزدیک به سطح جسم یا سطوح دیوارهٔ تونل باد و ناحیهٔ دنباله ایجاد شده در عقب مدل معتبر می‌باشد. در نواحی دور از مدل، هوا با سرعت V_∞ و فشار P_∞ در جریان است و چگالی هوا ρ تقریباً ثابت است. عموماً در جریان‌های هوا اثرات جاذبه ناچیز است و بنابراین معادله برنولی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P + \frac{1}{2}\rho V^2 = P_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$$

معادله را بی‌بعد کرده و عبارتی برای ضریب فشار C_P در نقاطی از جریان که معادله برنولی معتبر است به دست آورید. C_p به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}$$

جواب: $C_p = 1 - (V/V_\infty)^2$



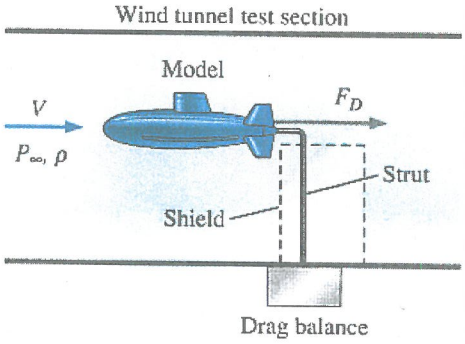
شکل م ۷-۳۳

تحلیل ابعادی و تشابه

۳۴-۷ سه هدف اساسی تحلیل ابعادی را بنویسید.

۳۵-۷ سه شرط لازم برای تشابه کامل میان مدل و نمونه اصلی را نوشته و تشریح کنید.

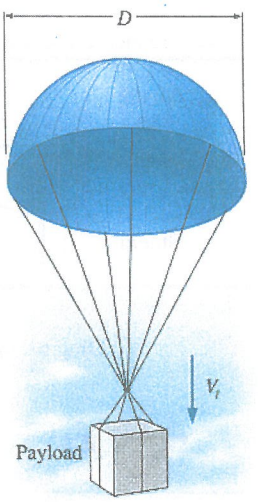
۳۶-۷ یک گروه دانشجویی در حال طراحی یک زیردریایی هستند که نیروی حرکت آن دستی است و قرار است در یک مسابقه طراحی شرکت کنند. طول کلی این زیر دریایی $2{,}24 m$ است. دانشجویان طراح امیدوارند که این زیر دریایی بتواند در حالت غوطه وری کامل با سرعت $0{,}56 m/s$ در آب حرکت کند. دمای آب تازه (یک دریاچه) $15^\circ C$ می‌باشد. تیم طراحی برای آزمایش در تونل باد دانشگاهشان مدلی با مقیاس یک هشتم می‌سازند. یک سپر پوششی میله دستگاه بالانس را می‌پوشاند تا نیروی پسای آیرودینامیکی زیردریایی، از میله دستگاه بالانس تأثیر نپذیرد. هوای تونل باد در دمای $25^\circ C$ و فشار استاندارد یک اتمسفر قرار دارد. برای رسیدن به تشابه، سرعت هوا در تونل باد چقدر است؟ جواب: $61{,}4 m/s$



شکل م ۷-۳۶

۳۷-۷ مسأله ۷-۳۶ را با تمام شرایط مشابه تکرار کنید، با این تفاوت که تنها وسیله موجود برای دانشجویان یک عدد تونل باد بسیار کوچک‌تر است. مدل زیر دریایی آنها به جای مقیاس یک هشتم، مدلی با مقیاس یک- بیست و چهارم است. برای رسیدن، تشابه کامل سرعت در تونل باد چقدر باید باشد؟ آیا چیز مشکوک یا بر هم زننده‌ای در نتایج وجود دارد؟ بحث کنید.

۳۸-۷ چتر نجات سبکی را برای کاربرد نظامی‌در دست طراحی داریم (شکل م ۷-۳۸). قطر D چتر نجات $24ft$ و وزن کلی W چتر نجات و تجهیزات آن $230lbf$ می‌باشد. با این وزن، سرعت حدی فرود آمدن V_t، $20\ ft/s$ می‌باشد. مدلی از این چتر نجات با مقیاس یک- دوازدهم در یک تونل بادی مورد آزمایش قرار می‌گیرد. دما و فشار تونل باد با دما و فشار نمونه اصلی یعنی $60^\circ F$ و فشار اتمسفر استاندارد مشابه می‌باشد. (الف) ضریب پسای نمونه اصلی را محاسبه کنید. تذکر: در سرعت حدی فرود آمدن وزن توپ با نیروی پسای آیرودینامیکی موازنه می‌شود. (ب) برای رسیدن به تشابه دینامیکی، تونل باد باید در چه سرعتی کار کند؟ (ج) نیروی پسای آیرودینامیکی وارد به مدل چتر نجات در تونل باد را تخمین بزنید. (برحسب lbf).

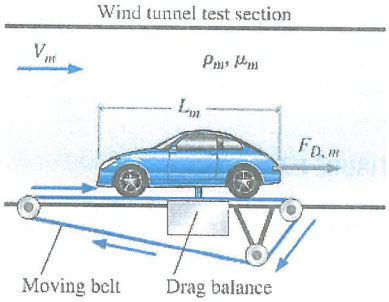


شکل م ۷-۳۸

۷-۳۹ بعضی از تونل‌های باد تحت فشار کار می‌کنند. توضیح دهید که چرا علی‌رغم وجود هزینه و زحمت زیاد، فرایند تحت فشار قرار دادن تونل باد، به عنوان یک وسیله تحقیق به کار می‌رود. اگر فشار هوا در تونل باد ۱٫۵ برابر شود و سایر کمیت‌ها یکسان بمانند (سرعت باد یکسان، مدل یکسان و غیره)، عدد رینولدز چند برابر خواهد شد؟

۷-۴۰ این مسأله ادامه مسأله ۷-۳۶ است. دانشجویان نیروی پسای آیرودینامیکی وارد بر مدل زیر دریایی خود را در تونل باد اندازه‌گیری می‌کنند (شکل م ۷-۳۶). آنها می‌خواهند که تونل باد در شرایطی کار کند که تشابه با نمونه اصلی زیر دریایی حفظ شود. نیروی پسای اندازه‌گیری شده $2{,}3N$ است. با توجه به شرایط مسأله ۷-۳۶ نیروی پسای وارد بر نمونه اصلی زیر دریایی را تخمین بزنید. جواب: $10{,}3\,N$

۷-۴۱ می‌خواهیم نیروی پسای آیرودینامیکی وارد به یک ماشین مسابقه جدید را در سرعت $60\ mi/h$ در دمای هوای $25^{\circ}C$ پیش بینی کنیم. مهندسین مدلی از ماشین با مقیاس یک چهارم (شکل م- ۷۴-۴۱) برای آزمایش در تونل باد ساخته‌اند. هم‌چنین دمای هوای تونل باد $25^{\circ}C$ می‌باشد. نیروی پسا، توسط یک دستگاه بالانس، اندازه‌گیری شده و برای شبیه‌سازی اثر حرکت زمین از یک تسمه متحرک استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن دستگاه مختصات متحرک چسبیده به خودرو به عنوان دستگاه مرجع، برای برقراری تشابه بین مدل و ماشین اصلی، سرعت در تونل باد چقدر باید باشد؟

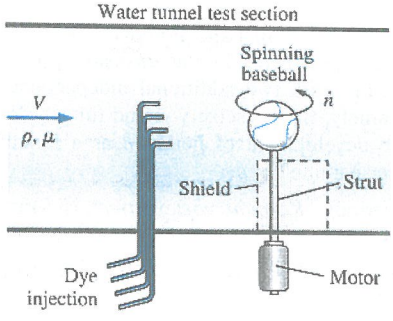


شکل م ۷-۴۱

۴۲-۷ این مسأله ادامه مسأله ۷-۴۱ می‌باشد. هنگامی‌که تونل باد در سرعتی کار می‌کند که به طور قطع تشابه با ماشین اصلی وجود دارد، نیروی پسای اندازه‌گیری شده روی مدل در تونل باد (شکل م ۷-۴۱) $۳۶/۵ lbf$ می‌باشد. نیروی پسای (برحسب lbf) وارد به ماشین اصلی را تخمین بزنید.

۴۳-۷ شرایط معمولی را در نظر بگیرید که محققی می‌کوشد تا عدد رینولدز یک اتومبیل بزرگ را با مدل کوچک آن در یک تونل باد یکسان نماید. هوای تونل باد بهتر است که سرد باشد یا گرم؟ چرا؟ نظرتان را با مقایسه هوای تونل باد در $۱۰^{\circ}C$ و $۵۰^{\circ}C$ تأیید کنید. سایر پارامترها یکسان هستند.

۴۴-۷ تعدادی از دانشجویان قصد دارند تا جریان روی یک توپ بیسبال چرخان را مشاهده کنند. آزمایشگاه سیالات آنها مجهز به یک تونل آب خوب می‌باشد و چون آنها قصد دارند یک توپ بیسبال چرخان در تونل آب را آزمایش کنند، می‌توانند خطوط اثر چند رنگه را به جریان تزریق کنند (شکل م ۷-۴۴). برای رسیدن به تشابه، آنها هم عدد رینولدز و هم عدد استروهال را بین مدل و توپ واقعی که با سرعت $۸۰ mi/h$ حرکت کرده و با $۳۰۰ rpm$ می‌چرخد، با هم مساوی قرار می‌دهند. دمای هوا و آب $۲۰^{\circ}C$ می‌باشد. سرعت آب در تونل باد چقدر باید باشد و هم‌چنین توپ بیسبال آنها با چه سرعتی (rpm) باید بچرخد؟ جواب‌ها: $۵/۳ mi/h,\ ۲۰ rpm$



شکل م ۷-۴۴

پارامترهای بی‌بعد و روش متغیرهای تکراری

۴۵-۷ با استفاده از ابعاد اصلی، نشان دهید که عدد ارشمیدس (جدول ۷-۵) بی‌بعد است.

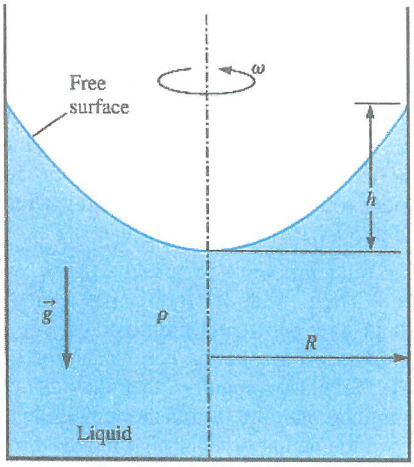
۴۶-۷ با استفاده از ابعاد اصلی، نشان دهید که عدد گراشف (جدول ۷-۵) بی‌بعد است.

۴۷-۷ با استفاده از ابعاد اصلی، نشان دهید که عدد رایلی (جدول ۷-۵) قطعاً بی‌بعد است. چه پارامتر بی‌بعد متعارف دیگری با استفاده از نسبت Ra و Gr تشکیل می‌شود؟

جواب: عدد پرانتل

۴۸-۷ مایعی را در یک مخزن استوانه‌ای در نظر بگیرید که هم مایع و هم مخزن شبیه یک جسم صلب (چرخش جسم صلب) در چرخش هستند. اختلاف ارتفاع h میان مرکز سطح مایع و لبه سطح مایع تابعی از سرعت زاویه‌ای ω، چگالی سیال ρ، شتاب جاذبه g و شعاع R می‌باشد (شکل م ۷-۴۸). با استفاده از روش متغیرهای تکراری رابطه بی‌بعدی میان پارامترها به دست آورید. تمام مراحل کار را نشان دهید.

جواب: $h/R = f(Fr)$

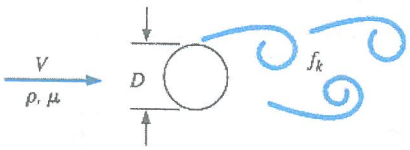


شکل م ۷-۴۸

۴۹-۷ حالتی را در نظر بگیرید که مخزن و مایع مسأله ۷-۴۸ در ابتدا در حال سکون قرار دارند. در $t=0$ مخزن شروع به چرخش می‌کند. برای این‌که مایع شبیه یک جسم صلب بچرخد مدت زمانی طول می‌کشد و انتظار داریم که در مسأله غیر دائم لزجت مایع یک پارامتر مربوطه اضافی باشد. مسأله ۷-۴۸ را هنگامی‌که مسأله شامل دو

پارامتر اضافی مستقل به نام‌های لزجت سیال μ و زمان t باشد، دوباره تکرار کنید. می‌خواهیم ارتفاع h را به صورت تابعی از زمان و سایر پارامترها بنویسیم.

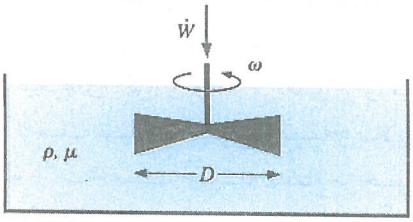
۵۰-۷ یک جریان گردابه‌ای کارمن نوسانی هنگامی تشکیل می‌شود که جریان یکنواختی از روی سیلندر استوانه‌ای عبور کند (شکل م ۷-۵۰). با استفاده از روش متغیرهای تکراری، رابطه‌ای میان فرکانس ریزش گردابه کارمن f_k به صورت تابعی از سرعت جریان آزاد V، چگالی سیال ρ، لزجت سیال μ و قطر استوانه D به دست آورید. تمام مراحل کار را نشان دهید. جواب: $St = f\,(\mathrm{Re})$



شکل م ۷-۵۰

۵۱-۷ مسأله ۷-۵۰ را با یک پارامتر مستقل اضافی به نام سرعت صوت c تکرار کنید. برای ایجاد یک رابطه بی‌بعد برای فرکانس ریزش گردابه کارمن f_k به صورت تابعی از سرعت جریان آزاد V، چگالی سیال ρ، لزجت سیال μ، قطر استوانه D و سرعت صوت c از روش متغیرهای تکراری استفاده کنید. تمام مراحل کار را نشان دهید.

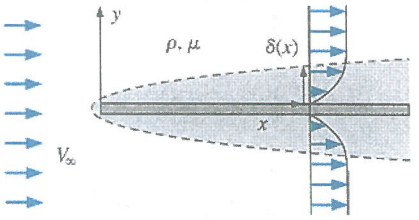
۵۲-۷ همزنی برای به هم‌زدن مواد شیمیایی درون یک مخزن بزرگ استفاده می‌شود (شکل م ۷-۵۲). قدرت محوری مورد نیاز W برای چرخاندن همزن، با قطر همزن D، چگالی سیال ρ، لزجت سیال μ و سرعت زاویه‌ای همزن ω متناسب است. با استفاده از متغیرهای تکراری، رابطه بی‌بعدی بین این متغیرها به‌دست آورید. تمام مراحل کار را نشان داده و گروه‌های بی‌بعد Π را مشخص نموده و در صورت نیاز آنها را تغییر دهید. جواب: $N_P = f(\mathrm{Re})$



شکل م ۷-۵۲

۵۳-۷ مسأله ۵۲-۷ را با این فرض که مخزن بزرگ نیست، تکرار کنید. در عوض قطر مخزن D_{tank} و عمق متوسط مایع h_{tank} را به عنوان پارامترهای مرتبط اضافی وارد کنید.

۵۴-۷ لایه مرزی، ناحیه نازکی (معمولاً در امتداد دیوار) است که نیروهای لزج در آن قابل توجه بوده و جریان چرخشی است. رشد لایه مرزی در امتداد یک صفحهٔ تخت را در نظر بگیرید (شکل م ۷-۵۴). جریان دائم است. ضخامت لایه مرزی δ در هر نقطه پایین‌دست x تابعی از x سرعت جریان آزاد V_∞ و خواص سیال ρ (چگالی) و μ (لزجت) می‌باشد. با استفاده از روش متغیرهای تکراری رابطه بی‌بعدی برای δ به صورت تابعی از سایر پارامترها به دست آورید. تمام مراحل کار را نشان دهید.



شکل م ۷-۵۴

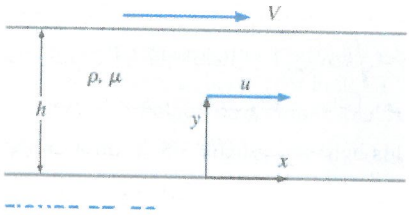
۵۵-۷ میگوئل در حال کار روی مسأله‌ای است که دارای مقیاس طولی مشخصه L، سرعت مشخصه V، اختلاف چگالی مشخصه $\Delta\rho$، چگالی (متوسط) مشخصه ρ و ثابت گرانش g می‌باشد. او قصد دارد، عدد ریچاردسون را تعریف کند، اما یک دبی حجمی مشخصه در اختیار ندارد. به میگوئل کمک کنید تا بر اساس پارامترهای در دسترس خود یک دبی حجمی مشخصه تعریف کند و سپس برحسب پارامترهای داده شده یک عدد ریچاردسون مناسب تعریف کند.

۵۶-۷ جریان کوئت کاملاً توسعه یافته‌ای را در نظر بگیرید. جریان بین دو صفحه موازی بی‌نهایت با فاصله h است که مطابق شکل م ۷-۵۶. صفحه بالایی در حال حرکت و صفحه پایینی ساکن است. جریان دائم، تراکم‌ناپذیر و دو بعدی در صفحهٔ xy است. با استفاده از روش متغیرهای تکراری رابطه بی‌بعدی برای مؤلفه x سرعت سیال u به صورت تابعی از لزجت سیال μ، سرعت صفحه بالایی V، فاصله h، چگالی سیال ρ و فاصلهٔ y به دست آورید. تمام مراحل کار را نشان دهید.

جواب: $u/V = f(\mathrm{Re}, y/h)$

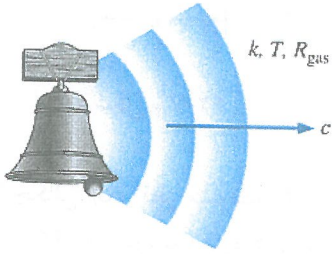
۵۷-۷ جریان کوئت در حال توسعه را در نظر بگیرید. جریان مشابه با مسأله ۵۶-۷ است به جز این‌که جریان هنوز حالت دائم نمی‌باشد و با زمان در حال توسعه است. به

عبارت دیگر، در این مسأله زمان t یک پارامتر اضافی است. رابطه بی‌بعدی میان تمام متغیرها به دست آورید.



شکل م ۷-۵۶

۷-۵۸ سرعت صوت c در یک گاز ایده‌آل تابعی از نسبت گرماهای ویژه k دمای مطلق T و ثابت مخصوص گاز ایده‌آل R_{gas} می‌باشد (شکل م ۷-۵۸). با نشان دادن تمام مراحل کار، با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه تابعی میان این پارامترها را به دست آورید.



شکل م ۷-۵۸

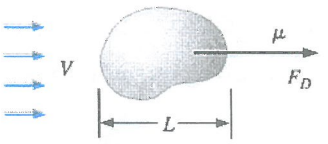
۷-۵۹ مسأله ۷-۵۸ را تکرار کنید، با این تفاوت که سرعت صوت c در یک گاز ایده‌آل را تابعی از دمای مطلق T، ثابت جهانی گاز ایده‌آل R_u، جرم مولی گاز (وزن مولکولی) M و نسبت گرماهای ویژه k قرار دهید. با نشان دادن تمام مراحل کار، با استفاده از تحلیل ابعادی، رابطه تابعی میان این پارامترها به دست آورید.

۷-۶۰ مسأله ۷-۵۸ را تکرار کنید، به جز این‌که سرعت صوت c در یک گاز ایده‌آل فقط تابعی از دمای مطلق T و ثابت مخصوص گاز ایده‌آل R_{gas} باشد. با نشان دادن تمام مراحل کار، با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه تابعی میان این پارامترها را به‌دست آورید.

جواب: ثابت $= c/\sqrt{R_{gas}T}$

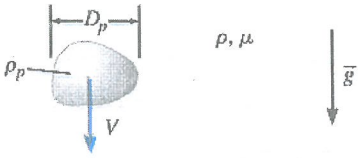
۶۱-۷ مسأله ۵۸-۷ را تکرار کنید، با این تفاوت که سرعت صوت c در یک گاز ایده‌آل فقط تابعی از فشار P و چگالی گاز ρ باشد. با نشان دادن تمام مراحل کار با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه تابعی میان این پارامترها را به دست آورید. ثابت کنید که نتایج حاصل با معادله سرعت صوت در گاز ایده‌آل $c=\sqrt{k\,R_{gas}T}$ سازگاری دارد.

۶۲-۷ هنگامی‌که ذرات گرد و غبار یا میکروارگانیسم‌ها در داخل هوا یا آب حرکت می‌کنند، عدد رینولدز بسیار کوچک است ($Re<<1$). چنین جریان‌هایی، جریان‌های خزشی نامیده می‌شوند. نیروی پسای آیرودینامیکی وارد به یک جسم در جریان خزشی فقط تابعی از سرعت V، مقیاس طول مشخصه جسم L و لزجت سیال μ است (شکل م ۷-۶۲). با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه‌ای برای F_D به صورت تابعی از متغیرهای مستقل به دست آورید.



شکل م ۷-۶۲

۶۳-۷ یک ذره غبار کوچک با چگالی ρ_p و قطر مشخصه D_p در هوا با چگالی ρ و لزجت μ سقوط می‌کند (شکل م ۷-۶۳). اگر ذره به اندازه کافی کوچک باشد، تقریب جریان خزشی معتبر است و سرعت فرود آمدن نهایی ذره V فقط به D_p، μ، ثابت گرانش g، و اختلاف چگالی $(\rho_p-\rho)$ بستگی دارد. با استفاده از تحلیل ابعادی، رابطه‌ای برای V به صورت تابعی از متغیرهای مستقل به دست آورید. نام پارامتر بی‌بعد متعارف به دست آمده در این تحلیل را ذکر کنید.



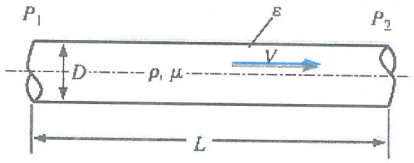
شکل م ۷-۶۳

۶۴-۷ با ترکیب نتایج مسائل ۶۲-۷ و ۶۳-۷ معادله‌ای برای سرعت حدی V یک ذره گرد و غبار در حال سقوط در هوا به دست آورید (شکل م۷-۶۳). نشان دهید که نتیجه شما

با رابطه تابعی به دست آمده در مسائل ۷-۶۳ سازگاری دارد. برای سازگاری از نماد مسأله ۷-۶۳ استفاده کنید (تذکر: برای یک ذره در حال سقوط با سرعت حدی، وزن خالص ذره با نیروی پسای آیرودینامیکی آن برابر می‌باشد. نتیجه نهایی شما باید معادله‌ای بر حسب V باشد که باچندین ثابت نامعلوم برابر باشد.)

۷-۶۵ برای حل این مسأله به نتایج مسأله ۷-۶۴ نیاز دارید. یک ذره گرد و غبار با سرعت دائم V سقوط می‌کند. عدد رینولدز به قدری کوچک است که تقریب جریان خزشی معتبر است. اگر اندازه سیال دو برابر شود و تمام پارامترها یکسان باشند، سرعت سقوط با چه ضریبی تغییر می‌کند؟ اگر اختلاف چگالی $(\rho_p - \rho)$ دو برابر شود و مابقی پارامترها یکسان باشند، سرعت سقوط با چه ضریبی تغییر می‌کند؟

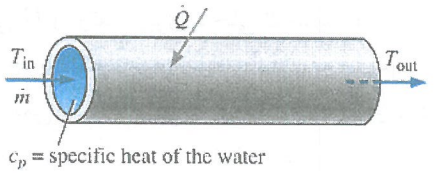
۷-۶۶ سیال تراکم‌ناپذیری با چگالی ρ و لزجت μ با سرعت متوسط V در لوله طویل افقی به طول L، قطر داخلی D و ارتفاع زبری داخلی ε جریان دارد (شکل م-۷-۶۶). لوله به قدری طویل است که جریان کاملاً توسعه یافته است، به این معنی که پروفیل سرعت در پایین دست لوله تغییر نمی‌کند. برای هل دادن سیال در لوله و برای غلبه بر اصطکاک، فشار باید به سمت پایین دست کاهش یابد (به صورت خطی). با استفاده از روش متغیرهای تکراری، رابطه بی‌بعدی میان افت فشار $\Delta P = P_1 - P_2$ و سایر پارامترهای مسأله به‌دست آورید. مطمئن شوید که گروه‌های Π حاصل را به حد لازم تغییر داده‌اید تا پارامترهای بی‌بعد متعارف ایجاد شوند و آنها را نام‌گذاری کنید. (تذکر: برای سازگاری، به جای L یا ε، پارامتر D را به عنوان یکی از پارامترهای تکراری انتخاب کنید.)



شکل م ۷-۶۶

۷-۶۷ مطابق شکل م ۷-۶۶ جریان آرام عبوری از یک لوله طویل را در نظر بگیرید. برای جریان آرام می‌توان نشان داد که زبری دیواره یک پارامتر مرتبط نمی‌باشد، مگر این‌که ε خیلی بزرگ باشد. در واقع دبی حجمی $\dot{\forall}$ گذرنده از لوله تابعی از قطر لوله D، لزجت سیال μ و گرادیان فشار محوری dp/dx است. اگر قطر لوله دو برابر شود و مابقی موارد یکسان بمانند، دبی حجمی جریان با چه ضریبی افزایش می‌یابد؟ از تحلیل ابعادی استفاده کنید.

۶۸-۷ نرخ انتقال حرارت آب عبوری از یک لوله در مسأله ۷-۲۴ تحلیل شد. می‌خواهیم با استفاده از تحلیل ابعادی به همان مسأله نزدیک شویم. آب سرد وارد لوله می‌شود در حالی که توسط یک منبع گرمای خارجی گرم می‌شود (شکل م ۷-۶۸). دماهای آب در مقطع ورودی و خروجی به ترتیب T_{in} و T_{out} است. می‌دانیم که نرخ انتقال حرارت $\dot{Q}$ از محیط آب لوله تابعی از دبی جرمی $\dot{m}$، گرمای ویژه c_p آب و اختلاف دمای میان آب ورودی و خروجی است. با نشان دادن تمام مراحل کار با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه تابعی میان این پارامترها به دست آورید و با معادله تحلیلی داده شده در مسأله ۷-۲۴ مقایسه کنید. (نکته: وانمود می‌کنیم که معادله تحلیلی را نمی‌دانیم.)



شکل م ۷-۶۸

آزمایش تجربی و تشابه غیر کامل

۶۹-۷ انسداد تونل باد را تعریف کنید. برای یک آزمایش تونل باد، قاعده سرانگشتی در مورد حداکثر انسداد قابل قبول چیست؟ توضیح دهید اگر انسداد به طور چشمگیری بزرگ‌تر از این مقدار باشد، چرا خطاهای اندازه‌گیری به وجود خواهد آمد.

۷۰-۷ قاعده سرانگشتی در ارتباط با حد عدد ماخ برای این‌که تقریب جریان تراکم‌ناپذیر مقبول باشد چیست؟ توضیح دهید که اگر این قاعده سرانگشتی نادیده گرفته شود چرا نتایج تونل باد غلط خواهد شد.

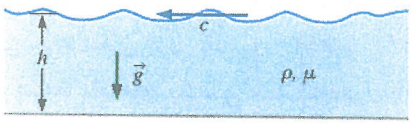
۷۱-۷ اگر چه معمولاً مدل کوچک‌تر از نمونه اصلی است، حداقل سه مورد که در آن مدل بزرگ‌تر از نمونه اصلی است را ذکر کنید

۷۲-۷ هدف استفاده از تسمه زمینی متحرک در آزمایش‌ها تونل باد برای جریان روی مدل اتومبیل‌ها را توضیح دهید. اگر تسمه زمینی متحرک در دسترس نباشد آیا می‌توانید به روش دیگری فکر کنید؟

۷۳-۷ با استفاده از تحلیل ابعادی نشان دهید که در مسأله‌ای که شامل امواج آب سطحی است (شکل م ۷-۷۳) اعداد فرود و رینولدز پارامترهای بی‌بعد هستند. سرعت موج c روی سطح مایع تابعی از عمق h، شتاب جاذبه g، چگالی سیال ρ و لزجت سیال

μ است. Π های حاصل را دستکاری کنید تا پارامترهایی را به شکل زیر به دست آورید:

$$Fr = \frac{c}{\sqrt{gh}} = f(\mathrm{Re}) \quad \text{که} \quad \mathrm{Re} = \frac{\rho ch}{\mu}$$



شکل م ۷-۷۳

۷-۷۴ آب در دمای $20\,^{\circ}C$ در لوله طویل و مستقیمی در جریان است. افت فشار اندازه‌گیری شده در امتداد مقطعی از لوله به طول $L=1{,}3m$ به صورت تابعی از سرعت متوسط V است (جدول م ۷-۷۴). قطر داخلی لوله D برابر با $10{,}4cm$ می‌باشد. (الف) داده‌ها را بی‌بعد کرده و عدد اویلر را به صورت تابعی از عدد رینولدز رسم کنید. آیا برای کسب استقلال از عدد رینولدز، آزمایش‌ها باید در سرعت‌های بسیار بالا اجرا شوند؟ (ب) داده‌های تجربی را برای پیش‌بینی افت فشار در سرعت متوسط $80m/s$ برون‌یابی کنید.
جواب: $1940000N/m^2$

جدول م۷-۷۴

V, m/s	ΔP, N/m^2
0.5	77.0
1	306
2	1218
4	4865
6	10,920
8	19,440
10	30,340
15	68,330
20	121,400
25	189,800
30	273,200
35	372,100
40	485,300
45	614,900
50	758,700

۷-۷۵ در مدل کامیون مثال توضیح داده شده در بخش ۷-۵، مقطع آزمایش تونل باد دارای طول $2{,}6\ m$، بلندی $1{,}0m$ و عرض $1{,}2m$ می‌باشد. مدل کامیون با مقیاس یک

شانزدهم دارای طول m ۰٫۹۹۱، بلندی $0.257m$ و عرض $0.159m$ می‌باشد. انسداد تونل باد در این مدل کامیون چقدر است؟ آیا بر طبق قاعده سرانگشتی استاندارد، این حدود قابل قبول است؟

۷۶-۷ مثال مدل کامیون توضیح داده شده در بخش ۷-۵ را دوباره در نظر بگیرید، با این تفاوت که حداکثر سرعت تونل باد $50m/s$ می‌باشد. داده‌های مربوط به نیروی آیرودینامیکی برای سرعت‌های تونل باد بین V=۲۰ و $50m/s$ داده شده‌اند. فرض کنید برای این سرعت‌ها داده‌های یکسانی همانند جدول ۷-۷ فهرست شده است. آیا فقط بر اساس این داده‌ها، محققان می‌توانند مطمئن باشند که به استقلال از عدد رینولدز رسیده‌اند؟

۷۷-۷ سطح مقطع یک تونل باد کوچک در یک آزمایشگاه مکانیک سیالات دورهٔ کارشناسی دانشگاهی $20\times20\ in^2$ و طول آن $4ft$ می‌باشد. حداکثر سرعت آن $160\ ft/s$ است. برخی دانشجویان می‌خواهند که یک مدل تریلر ۱۸ چرخه بسازند و تأثیر گرد کردن پشت کامیون روی نیروی پسای آیرودینامیکی را مطالعه کنند. تریلر با اندازه واقعی (نمونه اصلی) دارای طول $52ft$، عرض $8.33ft$ و بلندی $12ft$ می‌باشد. دمای هوا هم در تونل باد و هم روی نمونه اصلی $80^\circ F$ و فشار هم فشار اتمسفر است. (الف) بزرگ‌ترین مقیاس مدلی که آنها می‌توانند بسازند تا در محدودهٔ انسدادی که توسط قانون سرانگشتی تعیین می‌شود قرار گیرند چقدر است؟ (ب) حداکثر عدد رینولدز مربوط به مدل کامیونی که دانشجویان می‌توانند به آن دست یابند چقدر است؟ (ج) آیا دانشجویان می‌توانند به استقلال از عدد رینولدز برسند؟ بحث کنید.

۷۸-۷ مدلی از یک ماشین مسابقه‌ای جدید با مقیاس یک شانزدهم در یک تونل باد آزمایش می‌شود. ماشین نمونه اصلی دارای طول $4.37m$، بلندی $1.30m$ و عرض $1.69m$ می‌باشد. در طی آزمایش‌ها سرعت تسمه زمینی متحرک به گونه‌ای تنظیم می‌شود تا مقدار آن همواره برابر سرعت هوای عبوری از قسمت آزمایش تونل باشد. نیروی پسای آیرودینامیکی F_D به صورت تابعی از سرعت تونل باد اندازه‌گیری شده است، نتایج آزمایشگاهی در جدول م ۷-۷۸ نشان شده‌اند. ضریب پسا را به صورت تابعی از عدد رینولدز Re رسم کنید. سطح مورد استفاده برای محاسبه C_D مساحت پیشانی ماشین است (فرض کنید A برابر عرض در ارتفاع است)، و مقیاس طولی مورد استفاده برای محاسبه Re عرض ماشین w می‌باشد. آیا در آزمایش تونل باد به استقلال از عدد رینولدز دست یافته‌ایم؟ نیروی پسای آیرودینامیکی وارد به ماشین اصلی که در بزرگراهی با سرعت $29m/s$ در حرکت $(65mi/h)$ است را تخمین بزنید. فرض کنید که دمای هوای تونل باد و هوای عبوری از روی ماشین اصلی $25^\circ C$ و فشار هم، فشار اتمسفر است. جواب‌ها: نه، بله، $350N$

جدول م ۷-۷۸

V, m/s	F_D, N
10	0.29
15	0.64
20	0.96
25	1.41
30	1.55
35	2.10
40	2.65
45	3.28
50	4.07
55	4.91

مسأله مروری

۷-۷۹ برای هر قسمت، عبارت صحیح یا غلط را انتخاب کرده و در مورد پاسخ خود به صورت مختصر بحث کنید

(الف) تشابه سینماتیکی یک شرط لازم و کافی برای تشابه دینامیکی است.

(ب) تشابه هندسی یک شرط لازم برای تشابه دینامیکی است.

(ج) تشابه هندسی یک شرط لازم برای تشابه سینماتیکی است.

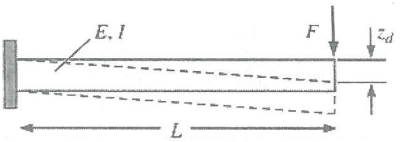
(د) تشابه دینامیکی یک شرط لازم برای تشابه سینماتیکی است.

۷-۸۰ در مورد این‌که حتی با وجود تطابق عدد رینولدز جریان نمونه اصلی و جریان مدل مربوطه تشابه هندسی داشته اما تشابه سینماتیکی ندارند فکر کرده و توضیح دهید.

۷-۸۱ پارامترهای بی‌بعد متعارف بسیاری وجود دارند که تعدادی از آنها در جدول ۷-۵ آمده‌اند. با تحقیق اینترنتی یا مروری در منابع، حداقل نام سه پارامتر بی‌بعد متعارف که در جدول ۷-۵ نیامده‌اند را بیابید. برای هر یک بر طبق قالب‌بندی جدول ۷-۵، تعریف پارامترها و نسبت‌های به وجود آورنده آن را به دست آورید. اگر معادله شما شامل متغیرهایی است که در جدول ۷-۵ معرفی نشده‌اند، از یافتن آن متغیرها اطمینان حاصل کنید.

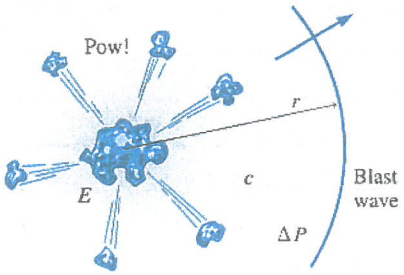
۷-۸۲ ابعاد اصلی هر یک از متغیرهای مربوطه از شاخه مکانیک جامدات را بنویسید. تمام مراحل کار را نشان دهید: (الف) ممان اینرسی I (ب) مدول الاستیسیته E که غالباً مدول یانگ نامیده می‌شود، (ج) کرنش ε، (د) تنش σ. سرانجام، نشان دهید که رابطه میان تنش و کرنش (قانون هوک) از لحاظ ابعادی یک معادله همگن است.

۸۳-۷ نیروی F به نوک یک تیر یک سرگیردار به طول L و ممان اینرسی I وارد شده است (شکل م ۷-۸۳). مدول الاستیسیته تیر E است. هنگامی‌که نیرویی وارد می‌شود، انحراف نوک تیر Z_d است. با استفاده از تحلیل ابعادی رابطه‌ای برای Z_d به صورت تابعی از متغیرهای مستقل به دست آورید. نام پارامترهای بی‌بعد متعارفی که در تحلیل ظاهر می‌شوند را بنویسید.



شکل م ۷-۸۳

۸۴-۷ در اتمسفر زمانی انفجار روی می‌دهد که یک موشک ضد هوایی به هدف اصابت می‌کند (شکل م ۷-۸۴). یک موج ضربه‌ای که اغلب موج انفجار نامیده می‌شود به صورت شعاعی از محل انفجار ساطع می‌شود. اختلاف فشار در عرض موج انفجاری ΔP و فاصله شعاعی آن r از مرکز توابعی از زمان t، سرعت صوت c و مقدار انرژی کل آزاد شده توسط انفجار می‌باشند. (الف) روابط بی‌بعدی میان ΔP و سایر پارامترها و میان r و سایر پارامترها به‌دست آورید. (ب) برای یک انفجار معین اگر زمان وقوع انفجار دو برابر شود و مابقی پارامترها یکسان بمانند، ΔP با چه ضریبی کاهش خواهد یافت؟

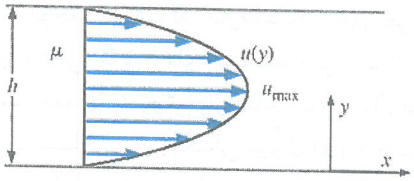


شکل م ۷-۸۴

۸۵-۷ عدد ارشمیدس که در جدول ۷-۵ آمده است برای ذرات شناور در یک سیال مناسب می‌باشد. با مرور منابع و یا تحقیق اینترنتی تعریف دیگری را برای عدد ارشمیدس که برای سیالات شناور (از قبیل جت‌های شناور، پرهای شناور و کاربردهای

گرمایش و تهویه مطبوع) مناسب می‌باشد را به دست آورید. بر طبق الگوی جدول ۷-۵ تعریف آن و درجه اهمیت آن را ذکر کنید. اگر معادله شما شامل متغیرهایی است که در جدول ۷-۵ معرفی نشده‌اند، از شناسایی آن پارامترها حصول اطمینان نمایید. سرانجام، به پارامترهای بی‌بعد متعارف جدول ۷-۵ نگاه کرده و پارامتری را که به شکل جدید عدد ارشمیدس شبیه است، به دست آورید.

۷-۸۶ جریان پوازیه دائم، آرام، کاملاً توسعه یافته و دو بعدی را در نظر بگیرید. جریان میان دو صفحه نامحدود که با فاصله H از هم قرار دارند قرار گرفته و هر دو صفحه بالایی و پایینی ساکن هستند و مطابق شکل م ۷-۸۶ گرادیان فشار اجباری dp/dx عامل حرکت جریان می‌باشد (dp/dx ثابت و منفی است). جریان دائم، تراکم‌ناپذیر و دو بعدی در صفحه xy است. هم‌چنین جریان توسعه یافته است که به این معنی است که پروفیل سرعت با حرکت به سمت پایین دست x تغییر نمی‌کند. به علت طبیعت کاملاً توسعه یافته جریان، اثرات اینرسی وجود ندارد و چگالی در مسأله ظاهر نمی‌شود. می‌توان نشان داد u، مؤلفه سرعت در جهت x تابعی از فاصله h، گرادیان فشار dp/dx، لزجت سیال μ و مختصه عمودی y می‌باشد. یک تحلیل ابعادی انجام داده (با نشان دادن تمام مراحل کار) و رابطه‌ای بی‌بعد میان این پارامتر و متغیرهای دیگر به دست آورید.



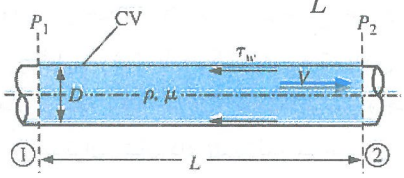
شکل م ۷-۸۶

۷-۸۷ جریان پوازیه دائم، آرام، کاملاً توسعه یافته، دو بعدی مسأله ۷-۸۶ را در نظر بگیرید. محل سرعت حداکثر در مرکز کانال است. (الف) رابطه بی‌بعدی برای u_{max} به صورت تابعی از فاصله میان صفحات h، گرادیان فشار dp/dx و لزجت سیال μ به دست آورید. (ب) اگر فاصله دو صفحه، h، دو برابر شود و مابقی متغیرها ثابت بمانند، u_{max} با چه ضریبی تغییر خواهد کرد؟ (ج) اگر گرادیان فشار dp/dx دو برابر شود و مابقی متغیرها تغییر نکنند، u_{max} با چه ضریبی تغییر خواهد کرد؟ (د) برای تشریح رابطه کامل میان u_{max} و سایر پارامترهای موجود در مسأله چه تعداد آزمایش مورد نیاز است؟

۷-۸۸ افت فشار $\Delta P = P_1 - P_2$ در یک لوله طویل را می‌توان بر حسب تنش برشی در امتداد دیواره نوشت. شکل م۷-۸۸ نشان‌دهنده تنش برشی ناشی از دیوار بر سیال

است. ناحیهٔ‌هاشور خورده آبی رنگ حجم معیاری است که شامل سیال درون لوله بین نقاط ۱و۲ می‌باشد. دو پارامتر بی‌بعد وجود دارند که به افت فشار مربوط می‌شوند، عدد اویلر Eu و ضریب اصطکاک دارسی f. (الف) با استفاده از حجم معیار شکل م ۷-۸۸ رابطه‌ای برای f بر حسب Eu (و یا هر خاصیت یا پارامتری که در مسأله مورد نیاز است) به دست آورید. (ب) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و شرایط مسأله ۷-۷۴ (جدول م ۷-۷۴) ضریب اصطکاک دارسی f را به صورت تابعی از Re رسم کنید. آیا f در مقادیر بالای Re مستقل از عدد رینولدز است؟ اگر این چنین است در Reهای بسیار بالا مقدار f چقدر است؟

جواب‌ها: (الف) $f = 2\dfrac{D}{L}Eu$، (ب) بله، ۰٫۰۴۸۷



شکل م ۷-۸۸

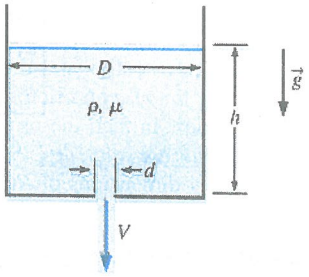
۷-۸۹ در اغلب اوقات کار کردن با یک پارامتر بی‌بعد متعارف مطلوب‌تر می‌باشد، اما مقیاس‌های مشخصه موجود در مسأله اجازه انطباق برای تعریف چنین پارامتری را نمی‌دهند. در چنین حالاتی، مقیاس‌های مشخصه مورد نیاز را بر اساس استدلال ابعادی ایجاد می‌کنیم (معمولاً به روش بازرسانه). برای مثال فرض کنید که مقیاس مشخصه سرعت V، مساحت A، چگالی سیال ρ و لزجت سیال μ را داریم و می‌خواهیم که عدد رینولدز را تعریف کنیم. مقیاس طول را به صورت $L = \sqrt{A}$ ایجاد کرده و سپس آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V \sqrt{A}}{\mu}$$

در یک روند مشابه، برای هر حالت، پارامتر بی‌بعد متعارف مطلوب را تعریف کنید: (الف) عدد فرود را تعریف کنید، $\dot{\forall}$ = دبی حجمی بر واحد عمق، مقیاس طولی L و ثابت گرانش g داده شده است. (ب) عدد رینولدز را تعریف کنید، $\dot{\forall}$ = دبی حجمی بر واحد عمق و لزجت سینماتیکی داده شده است. (ج) عدد ریچاردسون را تعریف کنید، $\dot{\forall}$ = دبی حجمی‌بر واحد عمق، L مقیاس طولی، اختلاف چگالی مشخصه $\Delta\rho$، چگالی مشخصه ρ و ثابت گرانش g داده شده است.

۷-۹۰ مایعی به چگالی ρ و لزجت μ به وسیله گرانش از سوراخی به قطر d که در کف مخزنی به قطر D قرار دارد خارج می‌شود (شکل م ۷-۹۰). در شروع آزمایش،

مطابق شکل، سطح مایع در ارتفاع h بالاتر از کف مخزن قراردارد. مطابق شکل، مایع از مخزن به صورت جتی با سرعت متوسط V به صورت مستقیم و رو به پایین خارج می‌شود. با استفاده از تحلیل ابعادی، رابطه بی‌بعدی برای V به صورت تابعی از سایر پارامترهای مسأله به دست آورید. پارامترهای بی‌بعد متعارف به وجود آورده را که در نتیجه شما ظاهر می‌شوند، شناسایی کنید. (تذکر: در این مسأله، سه مقیاس طولی وجود دارد. برای سازگاری h را به عنوان مقیاس طول خود انتخاب کنید).

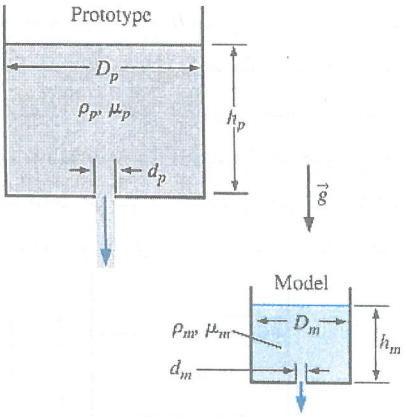


شکل م ۷-۹۰

۹۱-۷ مسأله ۷-۹۰ را تکرار کنید با این تفاوت که برای یک پارامتر وابسته دیگر، یعنی زمان مورد نیاز برای خالی شدن مخزن t_{empty}، رابطه بی‌بعدی برای t_{empty} به صورت تابعی از پارامترهای مستقل زیر به دست آورید: قطر سوراخ d، قطر مخزن D، چگالی ρ، لزجت μ، ارتفاع سطح اولیه آب h و ثابت گرانش g.

۹۲-۷ یک سیستم تحویل مایع به صورتی طراحی شده است که مطابق شکل م ۷-۹۲ اتیلن گلیکول از سوراخ کف مخزن بزرگی خارج می‌شود. طراحان می‌خواهند زمان مورد نیاز برای تخلیه کامل اتیلن گلیکول را پیش بینی کنند. چون انجام چنین آزمایشی با یک نمونه با مقیاس کامل و استفاده از اتیلن گلیکول بسیار پر هزینه است، آنها قصد دارند برای انجام آزمایش‌های تجربی، مدلی با مقیاس یک چهارم بسازند و از آب به عنوان مایع مورد آزمایش استفاده کنند. مدل از لحاظ هندسی مشابه نمونه اصلی است (شکل م ۷-۹۲). (الف) دمای اتیلن گلیکول در مخزن اصلی $60\,^{\circ}C$ و $\nu = 4{,}75 \times 10^{-6}\ m^2/s$ می‌باشد. برای حصول اطمینان از تشابه کامل میان مدل و نمونه اصلی آب موجود در مدل را در چه دمایی باید قرار داد؟ (ب) همان‌طور که در قسمت (الف) محاسبه شد اگر آزمایش با آب در یک دمای مناسب اجرا می‌شود، تخلیه مخزن مدل ۴٫۵۳ دقیقه طول خواهد کشید. پیش‌بینی کنید. تخلیه اتیلن گلیکول از مخزن اصلی چقدر طول می‌کشد.

جواب‌ها: (الف) $45{,}8\,^{\circ}C$، (ب) ۹٫۰۶ min



شکل م ۷-۹۲

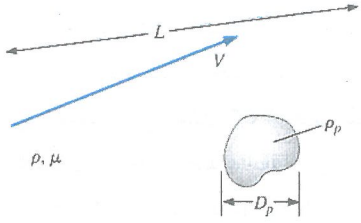
۷-۹۳ مطابق شکل م ۷-۹۰ مایعی از سوراخ کف مخزنی درحال خروج است. حالتی را در نظر بگیرید که سوراخ در مقایسه با مخزن بسیار کوچک است $(d<<D)$. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که سرعت متوسط جت V تقریباً مستقل از d، D، ρ یا μ می‌باشد. در واقع می‌توان نشان داد که برای گستره وسیعی از این پارامترها V فقط به ارتفاع سطح مایع h و شتاب گرانش g بستگی دارد. اگر ارتفاع سطح مایع دو برابر شود و بقیه متغیرها تغییر نکنند، سرعت متوسط جت با چه ضریبی افزایش خواهد یافت؟

جواب: $\sqrt{2}$

۷-۹۴ یک ذره گرد و غبار با اندازه مشخصه D_p در جریان هوایی با طول مشخصه L و سرعت مشخصه V حرکت می‌کند. زمان مشخصه‌ای که ذره برای هماهنگ شدن با تغییر ناگهانی سرعت هوا نیاز دارد. زمان خلاصی ذره، τ_p نامیده می‌شود،

$$\tau_p = \frac{\rho_p D_p^2}{18\mu}$$

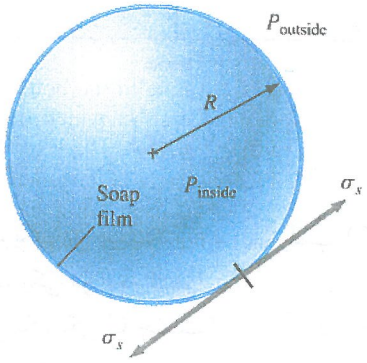
نشان دهید که ابعاد اولیه τ_p زمان می‌باشند، سپس شکل بی‌بعد τ_p را بر حسب سرعت مشخصه V و طول مشخصه L جریان هوا به دست آورید (شکل م۷-۹۴) چه پارامتر بی‌بعد متعارفی را ایجاد کرده‌اید؟



شکل م ۷-۹۴

۹۵-۷ ابعاد اصلی هر یک از خواص زیر را در سیستم ابعاد اصلی مبتنی بر جرم (N و C، T و J، t، L، m) با ابعاد مربوطه در سیستم مبتنی بر نیرو (N، C، T و J، t، L، F) مقایسه کنید. (الف) فشار یا تنش، ب) ممان یا گشتاور، (ج) کار یا انرژی. براساس نتایج حاصل توضیح دهید که در چه زمانی و چرا بعضی نویسندگان استفاده از نیرو را به عنوان یک بعد اصلی به جای جرم، ترجیح می‌دهند.

۹۶-۷ در مثال ۷-۷ برای ایجاد رابطه‌ای برای اختلاف فشار $\Delta P = P_{inside} - P_{outside}$ میان داخل و خارج حباب صابون به صورت تابعی از شعاع حباب صابون R و کشش سطحی لایه صابون از سیستم مبتنی بر جرم به عنوان ابعاد اصلی استفاده شد (شکل م ۷-۹۶). تحلیل ابعادی را با استفاده از روش متغیرهای تکراری انجام دهید، ما در عوض از سیستم مبتنی بر نیرو به عنوان بعد اصلی استفاده کنید. تمام مراحل کار را نشان دهید. آیا به نتیجه یکسانی رسیده‌اید؟

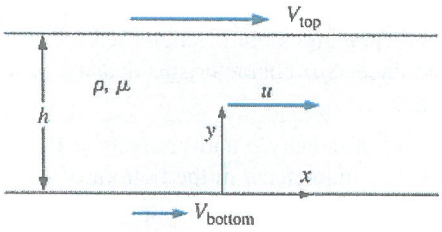


شکل م ۷-۹۶

۹۷-۷ بسیاری از پارامترهای بی‌بعد متعارف جدول ۷-۵ را از حاصل‌ضرب یا تقسیم دو پارامتر بی‌بعد دیگر می‌توان به دست آورد. برای هر یک از پارامترهای بی‌بعد نوشته شده، پارامتر بی‌بعد متعارف سومی را پیدا کنید که از دستکاری دو پارامتر داده شده به وجود می‌آید: (الف) عدد رینولدز و عدد پرانتل، (ب) عد اشمیت و عدد پرانتل و (ج) عدد رینولدز و عدد اشمیت.

۹۸-۷ عدد استانتون به عنوان یک پارامتر بی‌بعد متعارف در جدول ۷-۵ آمده است. با این وجود، تحلیل دقیقی نشان می‌دهد که این عدد را از ترکیب اعداد رینولدز، ناسلت و پرانتل می‌توان به دست آورد. با نشان دادن تمام مراحل کار رابطه‌ای میان این چهار گروه بی‌بعد به دست آورید. آیا می‌توانید عدد استانتون را با ترکیب فقط دو پارامتر بی‌بعد متعارف دیگر به دست آورید؟

۹۹-۷ جریان کوئت کاملاً توسعه یافته مسأله ۵۶-۷ را با یک تغییر در نظر بگیرید. جریان بین دو صفحه موازی بی‌نهایت با فاصله h که مطابق شکل م ۹۹-۷ صفحهٔ بالایی با سرعت V_{top} و صفحه پایینی با سرعت V_{bottom} در حال حرکت است. جریان دائم، تراکم‌ناپذیر و دو بعدی در صفحه xy است. رابطه بی‌بعدی برای مؤلفهٔ x سرعت سیال u به صورت تابعی از لزجت سیال μ، سرعت‌های صفحه V_{top}، V_{bottom}، فاصله h، چگالی سیال ρ و فاصله y به دست آورید (تذکر: قبل از رفتن به سراغ محاسبات جبری در مورد فهرست پارامترها با دقت فکر کنید).

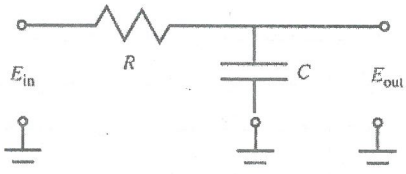


شکل م ۹۹-۷

۱۰۰-۷ ابعاد اولیه بار الکتریکی q چیست؟ واحد آن کولمب (C) است. (تذکر: به تعریف پایه ای جریان الکتریکی مراجعه کنید.)

۱۰۱-۷ ابعاد اولیه ظرفیت الکتریکی C چیست؟ واحد آن فاراد است. (تذکر: به تعریف پایه‌ای ظرفیت الکتریکی مراجعه کنید.)

۱۰۲-۷ در بسیاری از مدارهای الکتریکی از قبیل فیلترها و مدارهای تأخیر زمانی، که شامل نوعی از مقیاس زمانی هستند (شکل م ۱۰۲-۷ یک فیلتر مسیر کوتاه) غالباً یک مقاومت R و یک خازن C را به صورت سری می‌بینید. در واقع، حاصل‌ضرب R و C ثابت زمانی الکتریکی RC، نامیده می‌شود. با نشان دادن تمام مراحل کار، ابعاد اصلی RC چیستند؟ فقط با استفاده از تحلیل ابعادی توضیح دهید که چرا در مدارهای زمانی اغلب یک مقاومت و خازن وجود دارد.



شکل م ۱۰۲-۷

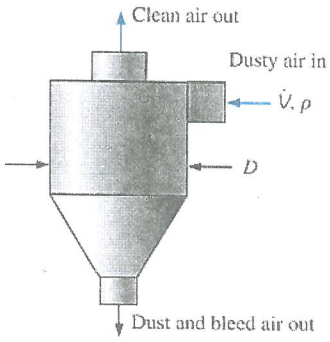
۱۰۳-۷ از الکترونیک پایه، جریان عبوری از یک خازن در هر لحظه از زمان با حاصل‌ضرب ظرفیت در نرخ تغییر ولتاژ در خازن برابر می‌باشد،

$$I = C\frac{dE}{dt}$$

ابعاد اصلی هر دو طرف این معادله را بنویسید و نشان دهید که معادله از لحاظ ابعادی همگن است. تمام مراحل کار را نشان دهید.

۱۰۴-۷ ابزار متداولی که برای پاک کردن هوای آلوده به ذرات در کاربردهای مختلفی استفاده می‌شود سیکلون جریان معکوس می‌باشد (شکل م ۷-۱۰۴). هوای گرد و خاکی (با دبی حجمی $\dot{\forall}$ و چگالی ρ) به صورت مماسی از طریق دریچه جانبی سیکلون وارد شده و در مخزن شروع به چرخیدن مارپیچی می‌کند. ذرات گرد و غبار به سمت خارج پراکنده شده و به کف سقوط می‌کنند، در حالی که هوای پاکیزه از بالا خارج می‌شود. همه سیکلون‌های جریان معکوس از نظر هندسی مشابه هستند و بنابراین قطر D بیانگر تنها مقیاس طولی مورد نیاز برای مشخص کردن کل هندسه سیکلون می‌باشد. مهندسان در حال بررسی افت فشار δP در سیکلون می‌باشند. (الف) رابطه بی‌بعدی میان افت فشار در سیلکون و پارامترهای داده شده به دست آوردید. تمام مراحل کار را نشان دهید. (ب) اگر اندازه سیکلون دو برابر شود و مابقی پارامترها ثابت بمانند، افت فشار با چه ضریبی تغییر خواهد کرد؟ (ج) اگر دبی حجمی‌دو برابر شود، و مابقی پارامتر ثابت بمانند افت فشار با چه ضریبی تغییر خواهد کرد؟

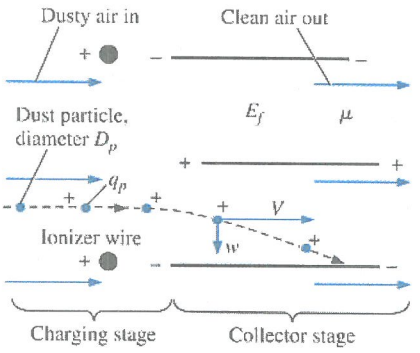
جواب‌ها: (الف) ثابت= $D^4\delta P/\rho V^2$ (ب) ۱/۱۶ (ج) ۴



شکل م ۷-۱۰۴

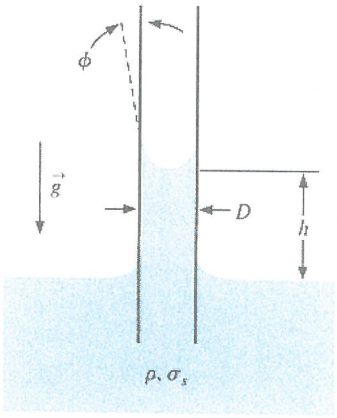
۱۰۵-۷ یک تصویه‌کننده الکترواستاتیک (*ESP*) ابزاری است که برای تمیز کردن هوای آلوده در کاربردهای مختلف استفاده می‌شود. در ابتدا، هوای گرد و غباردار از طبقه باردار

ESP عبور کرده و ذرات گرد و غبار به وسیله مسیرهای یونیزه شده باردار، بار مثبت q_P (کولومب) به دست می‌آورند (شکل م۷-۱۰۵)، سپس هوای گرد و غبـاردار وارد طبقه کلکتور دستگاه شده و در آنجا از بین دوصفحه با بارهای مخالف عبور می‌کند. قدرت میدان الکتریکی اعمالی در بین دو صفحه E_p می‌باشد (اختلاف ولتاژ بر واحد فاصله). شکل م ۷-۱۰۵ یک ذره گرد و غبار باردار به قطر D_p را نشان می‌دهد. ایـن ذره به سمت صفحه دارای بار منفی جذب شد و با سرعتی به نام سرعت رانش w به سمت صفحه حرکت می‌کند. اگر صفحات به اندازه کافی طویـل باشـند، ذره گـرد و غبار به صفحه دارای بار منفی برخورد کـرده و جـذب آن مـی‌شـوند. هـوای پـاکیزه دستگاه را ترک می‌کند. می‌توان نشان داد که برای ذرات بسیار کوچک سرعت رانش فقط به q_p، E_f، D_p و لزجت هوا μ بستگی دارد. (الف) رابطه بی‌بعدی بـین سـرعت رانش در امتداد طبقه کلکتور *ESP* و پارامترهای داده شـده بـه دسـت آوریـد. تمـام مراحل کار را نشان دهید. (ب) اگر توان میـدان الکتریکـی دو برابـر شـود، و مـابقی پارامترها ثابت بمانند، سرعت رانش با چه ضریبی تغییر می‌کند؟ (ج) برای *ESP* داده شده، اگر قطر ذرات دو برابر شده و مابقی متغیرها ثابت بمانند، سرعت رانش با چـه ضریبی تغییر می‌کند؟



شکل م ۷-۱۰۵

۱۰۶-۷ هنگامی‌که یک لوله موئین با قطر کوچک D در یک مخزن مایع قـرار داده مـی‌شـود، مایع در داخل لوله تا ارتفاع h بالا می‌رود (شکل م ۷-۱۰۶). h تابعی از چگالی مایع ρ، قطر لوله D، ثابت گرانش g، زاویه تماس ϕ و کشش سطحی σ_s مـایع مـی‌باشـد. (الف) رابطه بی‌بعدی برای h به صورت تـابعی از پارامترهـای داده شـده بـه دسـت آورید. (ب) نتایج حاصل را با معادله تحلیلی دقیق h که در فصل ۲ داده شـده اسـت مقایسه کنید. آیا نتایج تحلیل ابعادی با معادله دقیق سازگاری دارد، بحث کنید.



شکل م ۷-۱۰۶

۷-۱۰۷ قسمت (الف) مسأله ۷-۱۰۶ را تکرار کنید، با این تفاوت که به جای ارتفاع h، رابطه تابعی برای مقیاس زمانی t_{rise} مورد نیاز برای صعود مایع تا ارتفاع نهایی آن در لوله موئین به دست آورید. (تذکر: فهرست پارامترهای مستقل مسأله ۷-۱۰۶ را چک کنید. آیا پارامترهای مرتبط اضافی دیگری وجود دارند؟)

۷-۱۰۸ شدت صوت I به صورت توان اکوستیک بر واحد سطح جاری شدن از منبع صوت تعریف می‌شود. می‌دانیم که I تابعی از سطح فشار صوت P (ابعاد فشار)، خواص سیال ρ (چگالی) و سرعت صوت c می‌باشد. (الف) با استفاده از روش متغیرهای تکراری با ابعاد اصلی مبتنی بر جرم، رابطه بی‌بعدی برای I به صورت تابعی از سایر پارامترها به دست آورید. تمام مراحل کار را نشان دهید. اگر شما سه پارامتر تکراری انتخاب کنید چه اتفاقی می‌افتد؟ بحث کنید. (ب) بخش (الف) را با استفاده از سیستم ابعادی مبتنی بر نیرو تکرار کنید. بحث کنید.

۷-۱۰۹ مسأله ۷-۱۰۸ را تکرار کنید، با این تفاوت که فاصله r از منبع صوت را به عنوان یک پارامتر مستقل اضافی در نظر بگیرید.

مراجع و متون پیشنهادی

1. D. C. Montgomery. *Design and Analysis of Experiments*, 4th ed. New York: Wiley, 1996.

2. J. P. Holman. *Experimental Methods for Engineers*, 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2001.