فصل ۵

معادلات جرم، برنولی و انرژی

اهداف

با مطالعه این فصل، شما باید قادر باشید:

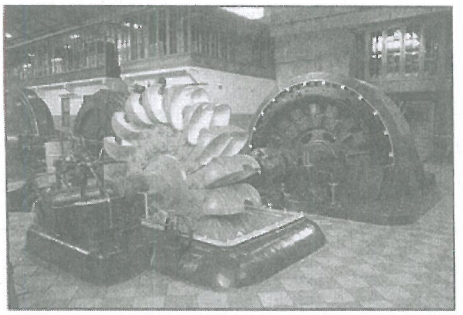
- معادلهٔ بقای جرم را برای موازنه جرم ورودی به یک سیستم و خروجی از آن بنویسید.
- شکل‌های مختلف انرژی مکانیکی، کار و بازده‌های تبدیل انرژی را تشخیص دهید.
- کاربرد و محدودیت‌های معادله برنولی را درک کرده و آن را برای حل پاره‌ای از مسائل جریان سیال به کار برید.
- با معادله انرژی در شکل «هد» کار کرده و آن را برای محاسبه قدرت تولید توربین‌ها و قدرت مصرفی پمپ‌ها به کار برید.

این فصل به سه معادله جرم، برنولی و انرژی مربوط است که به صورت گسترده در مکانیک سیالات از آنها استفاده می‌شود. معادله جرم بیانی از اصل بقای جرم است. معادلهٔ برنولی در ارتباط با بقای انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و جریان و تبدیل آنها به یکدیگر در نواحی از سیال است که در آنجا نیروهای لزجت قابل صرف‌نظر بوده و شرایط محدودکننده دیگری نیز اعمال می‌شود. معادله انرژی بیانی از اصل بقای انرژی است. در مکانیک سیالات معمول است که انرژی مکانیکی را از انرژی گرمایی جدا می‌کنند و تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی گرمایی که ناشی از اثرات اصطکاکی است را مورد توجه قرار می‌دهند و به این پدیده افت انرژی مکانیکی می‌گویند. پس معادله انرژی، توازن انرژی مکانیکی است.

این فصل را با مروری کلی بر اصول بقا و رابطه بقای جرم شروع می‌کنیم. فصل با بحث در مورد شکل‌های مختلف انرژی مکانیکی و کارایی ابزارهای مکانیکی از قبیل پمپ‌ها و توربین‌ها پی گرفته می‌شود. سپس معادله برنولی را با اعمال قانون دوم نیوتن به المان سیال واقع در امتداد خط جریان به دست آورده و استفاده از معادله در شرایط متنوع را تشریح می‌کنیم. در ادامه، فصل را با بسط معادله انرژی به یک شکل مناسب قابل استفاده در مکانیک سیالات دنبال کرده و مفهوم افت هد را معرفی می‌کنیم. سرانجام، معادله انرژی را به سیستم‌های مختلف مهندسی اعمال می‌کنیم.

۵-۱ مقدمه

شما با قوانین بقای متعددی چون بقای جرم، بقای انرژی و بقای مومنتوم آشنا هستید. از نظر تاریخی، قوانین بقا ابتدا به مقدار مشخصی ماده به‌نام سیستم بسته یا صرفاً سیستم اعمال شد و سپس این قوانین به نواحی از فضا که حجم‌های معیار نامیده می‌شوند اعمال گردید. چون هر کمیت بقایی باید در طی یک فرایند موازنه شود، روابط بقا را غالباً معادلات موازنه می‌نامند. اینک توصیف مختصری در مورد بقای جرم، مومنتوم و انرژی ارائه می‌دهیم (شکل ۵-۱).



شکل ۵-۱ بسیاری از دستگاه‌های جریان سیال از قبیل این توربین هیدرولیکی چرخ پلتون با به کار بردن قانون‌های بقای جرم و مومنتوم و انرژی تحلیل می‌شوند.

بقای جرم

رابطه بقای جرم برای یک سیستم بسته که در معرض یک تغییر قرارداد به صورت ثابت = m_{sys} یا $dm_{sys}/dt = 0$ می‌باشد، که این معادله به وضوح بیان می‌کند که جرم یک سیستم در طی یک فرایند ثابت است. برای یک حجم معیار (CV)، موازنه جرم را به شکل معادله شار و به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = \frac{dm_{CV}}{dt} \qquad (۱-۵)$$

که $\dot{m}_{in}$ و $\dot{m}_{out}$ به ترتیب دبی‌های جرمی ورودی به حجم معیار و خروجی از آن بوده و dm_{CV} / dt نرخ تغییر جرم در درون مرزهای حجم معیار است. در مکانیک سیالات رابطه بقای جرم برای یک حجم معیار دیفرانسیلی را معمولاً معادله پیوستگی می‌نامند. بقای جرم در بخش ۵-۲ بحث می‌شود.

بقای مومنتوم

حاصل‌ضرب جرم یک جسم در سرعت آن، مومنتوم خطی یا صرفاً مومنتوم نامیده می‌شود و مومنتوم یک جسم صلب متحرک به جرم m و سرعت $\vec{V}$ با $m\vec{V}$ برابر است. قانون دوم نیوتن می‌گوید که شتاب هر جسمی با نیروی خالص وارد بر آن متناسب است و با جرم جسم نسبت عکس دارد و نرخ تغییر مومنتوم یک جسم با نیروی خالص وارد بر آن برابر است. بنابراین، هنگامی‌که نیروی خالص وارد به سیستم صفر باشد مومنتوم سیستم ثابت باقی می‌ماند و بنابراین مومنتوم چنین سیستم‌هایی بقا دارند. به این اصل، اصل بقای مومنتوم می‌گویند. در مکانیک سیالات، عموماً قانون دوم نیوتن تحت عنوان معادله مومنتوم خطی شناخته می‌شود که در فصل ۶ به همراه معادله مومنتوم زاویه‌ای مورد بحث قرار می‌گیرد.

بقای انرژی

انرژی می‌تواند به صورت کار یا حرارت به یک سیستم بسته وارد و یا از آن خارج شود. اصل بقای انرژی مستلزم این است که انرژی خالص منتقل شده به سیستم یا خارج شده از آن در طی یک فرایند با تغییر مقدار انرژی سیستم برابر باشد. در حجم معیار انتقال انرژی از طریق انتقال جرم هم صورت می‌گیرد. اصل بقای انرژی که غالباً معادله موازنهٔ انرژی نامیده می‌شود، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \frac{dE_{CV}}{dt} \qquad (۲-۵)$$

که $\dot{E}_{in}$ و $\dot{E}_{out}$ به ترتیب نرخ‌های کلی انتقال انرژی به داخل حجم معیار یا از آن بوده و dE_{CV} / dt نرخ تغییر انرژی در درون مرزهای حجم معیار است. در مکانیک سیالات، معمولاً توجه خود را فقط به شکل‌های مکانیکی انرژی معطوف می‌کنیم. بقای انرژی در بخش ۵-۶ بحث خواهد شد.

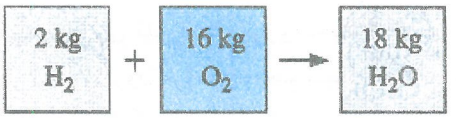
۵-۲ بقای جرم

اصل بقای جرم یکی از پایه‌ای‌ترین اصول اساسی در طبیعت می‌باشد. ما همه با این اصل آشنا هستیم و فهمیدن آن خیلی دشوار نمی‌باشد. همان طور که گفته‌اند، شما نمی‌توانید یک قطعه کیک را بخورید ضمن این‌که آن را نیز داشته باشید! یک فرد نباید حتماً دانشمند باشد تا بفهمد که از مخلوط کردن ۱۰۰g روغن و ۲۵g سرکه چه مقدار مخلوط سرکه و روغن به دست خواهد آمد. حتی معادلات شیمیایی نیز بر اساس اصل بقای جرم موازنه می‌شوند. هنگامی‌که ۱۶kg اکسیژن با ۲kg هیدروژن واکنش می‌دهند، ۱۸kg آب تشکیل می‌شود (شکل ۵-۲). در فرایند الکترولیز، آب به ۲kg هیدروژن و ۱۶kg اکسیژن قابل تفکیک خواهد بود.

جرم مشابه با انرژی، خاصیتی بقایی است و نمی‌تواند در طی یک فرایند ایجاد شده یا از بین برود. با این وجود، بر طبق فرمول معروف پیشنهادی آلبرت- انیشتین (۱۹۵۵-۱۸۷۹) جرم m و انرژی E می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند:

$$E = mc^2 \qquad (۳-۵)$$

که c سرعت نور در خلأ یعنی $c = ۲/۹۹۷۹ \times ۱۰^۸ \, m/s$ می‌باشد. این معادله بیان می‌کند که هنگامی‌که انرژی سیستم تغییر می‌کند جرم سیستم هم تغییر می‌کند. با این وجود، برای همه تقابل‌های جرم و انرژی که در عمل با آنها سر و کار داریم، به استثنای واکنش‌های هسته‌ای، تغییر جرم بی‌نهایت کوچک است و حتی با دستگاه‌های خیلی حساس نیز نمی‌توان آن را اندازه گرفت. مثلاً، هنگامی‌که ۱kg آب از ترکیب اکسیژن و هیدروژن شکل می‌گیرد، مقدار انرژی آزاد شده که ناشی از $۱/۷۶ \times ۱۰^{-۱۰} \, kg$ جرم است برابر با ۱۵۸۷۹kJ می‌باشد. در عمل این مقدار جرم پایین‌تر از دقت محاسبات مهندسی بوده و بنابراین از آن می‌توان چشم‌پوشی کرد. در سیستم‌های بسته که جرم سیستم در طی فرایند ثابت است، اصل بقای جرم به صورت ضمنی اعمال می‌شود. در هر حال در حجم معیارها، جرم از مرزها عبور کرده و ما باید مقدار جرم وارد شده به حجم معیار یا خارج شده از آن را نیز دنبال کنیم.



شکل ۵-۲ جرم حتی در طی واکنش‌های شیمیایی هم حفظ می‌شود.

دبی‌های جرمی و حجمی

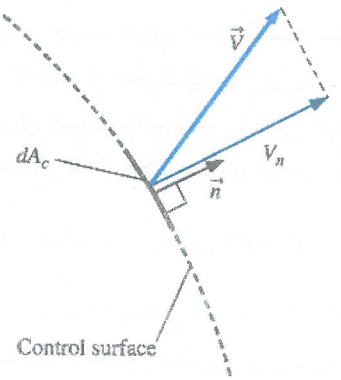
مقدار جرم عبوری از یک سطح مقطع بر واحد زمان دبی جرمی‌نامیده شده و آن را با $\dot{m}$ نشان می‌دهند. علامت نقطه روی هر حرفی برای نشان دادن نرخ تغییر زمانی آن است. یک سیال معمولاً از طریق لوله‌ها یا مجراها به یک حجم معیار وارد و یا از آن خارج می‌شود. دبی جرمی‌دیفرانسیلی سیال عبوری از یک المان کوچک سطح dA_c در مقطع یک لوله با سطح مقطع dA_c، چگالی سیال ρ و مؤلفه سرعت عمود بر dA_c که با V_n نشان داده می‌شود متناسب بوده و به صورت زیر بیان می‌شود (شکل ۵-۳)،

$$\delta \dot{m} = \rho V_n dA_c \qquad (۴-۵)$$

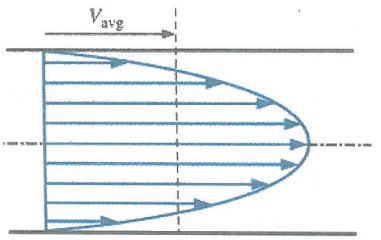
که علامت‌های δ و d برای نشان دادن کمیت‌های دیفرانسیلی به‌کار می‌روند، اما δ عموماً برای کمیت‌هایی (از قبیل حرارت، کار و انتقال جرم) که توابع مسیری بوده و دیفرانسیل‌های غیر دقیق هستند به‌کار می‌رود و d برای کمیت‌هایی (از قبیل خواص) به‌کار می‌رود که توابع نقطه‌ای بوده و دیفرانسیل‌های دقیق دارند. مثلاً برای جریان عبوری از یک سطح حلقوی با شعاع داخلی r_1 و شعاع خارجی r_2، $\int_1^2 dA_c = A_{c2} - A_{c1} = \pi (r_2^2 - r_1^2)$ است اما $\int_1^2 \delta \dot{m} = \dot{m}_{total}$ (دبی جرمی کل عبوری از سطح) برابر $\dot{m}_2 - \dot{m}_1$ نیست. برای مقادیر مشخص r_1 و r_2، مقدار انتگرال dA_c ثابت است (بنابراین نام‌های تابع نقطه‌ای و دیفرانسیل دقیق برای آن به‌کار می‌رود)، اما این حالت برای انتگرال $\delta \dot{m}$ وجود ندارد (بنابراین نام‌های تابع مسیری و دیفرانسیل غیر دقیق مختص آن است).

دبی جرمی عبوری از کل سطح مقطع یک لوله یا مجرا با انتگرال‌گیری به دست می‌آید:

$$\dot{m} = \int_{A_c} \delta \dot{m} = \int_{A_c} \rho V_n dA_c \qquad (kg/s) \qquad (۵-۵)$$



شکل ۵-۳ سرعت عمودی V_n برای یک سطح، مؤلفه سرعت عمود بر سطح است.



شکل ۵-۴ سرعت متوسط V_{avg} به صورت متوسط تندی در یک سطح مقطع تعریف می‌شود.

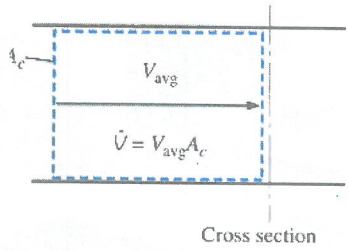
در حالی که معادله ۵-۵ همواره معتبر است (در واقع دقیق است)، اما به خاطر شکل انتگرالی آن، همواره برای تحلیل‌های مهندسی قابل استفاده نیست. در عوض می‌خواهیم که دبی جرمی‌را برحسب مقادیر متوسط روی سطح مقطع لوله بیان کنیم. معمولاً در یک جریان تراکم‌پذیر هم ρ و هم V_n روی سطح مقطع لوله تغییر می‌کنند. به هر حال در بسیاری از کاربردهای عملی، چگالی اساساً روی سطح مقطع لوله ثابت بوده و می‌توانیم ρ را از انتگرال معادله ۵-۵ خارج کنیم. با این وجود به علت شرط عدم لغزش در دیوارها سرعت روی سطح مقطع لوله یکنواخت نیست. پس، سرعت از صفر در دیوارها تا مقدار حداکثر در نزدیک خط مرکزی لوله تغییر می‌کند. سرعت متوسط V_{avg} را به عنوان مقدار متوسط V_n در عرض سطح مقطع لوله تعریف می‌کنیم (شکل ۵-۴)،

$$V_{avg} = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} V_n dA_c \qquad (۶-۵)$$

که A_c مساحت سطح مقطع عمود بر جهت جریان است. گفتنی است که اگر سرعت در کل سطح مقطع برابر V_{avg} باشد دبی با آنچه از انتگرال‌گیری از پروفیل سرعت واقعی به دست می‌آید یکسان می‌شود. بنابراین برای جریان تراکم‌ناپذیر یا حتی جریان تراکم‌پذیری که ρ روی سطح مقطع A_c یکنواخت است معادله ۵-۵ به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{m} = \rho V_{avg} A_c \qquad (kg/s) \qquad (۷-۵)$$

در جریان تراکم‌پذیر، ρ را می‌توان به عنوان چگالی کل روی تمام سطح مقطع در نظر گرفت و در نتیجه باز هم معادله ۵-۷ را به عنوان تخمین معقولی می‌توان به کار برد. برای ساده‌سازی، زیرنویس متوسط در سرعت متوسط را حذف می‌کنیم، یعنی بر خلاف آنچه قبلاً بیان شد V نشان‌دهنده



شکل ۵-۵ دبی حجمی، حجم سیال جریان یافته از یک سطح مقطع بر واحد زمان است.

سرعت متوسط در جهت جریان است. هم‌چنین، A_c نشان‌دهنده مساحت سطح مقطع عمود بر جهت جریان است.

حجم سیال عبوری از هر سطح مقطع بر واحد زمان دبی حجمی‌جریان $\dot{V}$ (شکل ۵-۵) نامیده می‌شود و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{V} = \int_{A_c} V_n dA_c = V_{avg} A_c = VA_c \quad (m^3/s) \qquad (۸-۵)$$

شکل اولیه معادله ۵-۸ در سال ۱۶۲۸ توسط مونک بندتو کاستلی ایتالیایی منتشر شد (از ۱۵۷۷ تا ۱۶۴۴). شایان توجه است که در اغلب کتب مکانیک سیالات برای نشان دادن دبی حجمی از Q به جای $\dot{V}$ استفاده می‌کنند. برای اجتناب از تداخل با انتقال حرارت ما از $\dot{V}$ استفاده می‌کنیم. دبی جرمی و دبی حجمی طبق رابطه زیر به هم مرتبط می‌شوند:

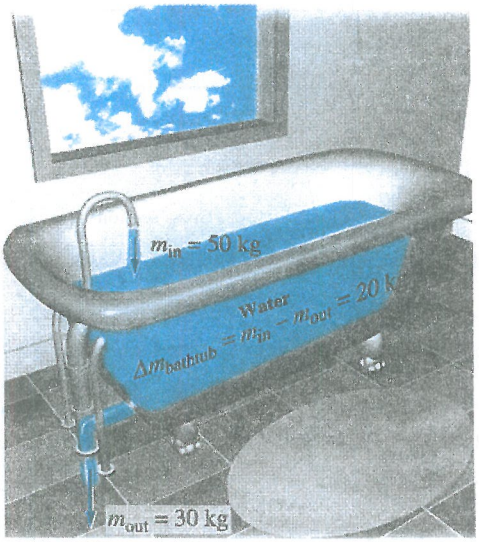
$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \frac{\dot{V}}{\forall} \qquad (۹-۵)$$

که $\forall$ حجم مخصوص است. این رابطه مشابه با $m = \rho \forall = \forall / \forall$ است که رابطه میان جرم و حجم سیال در یک مخزن است.

اصل بقای جرم

اصل بقای جرم برای یک حجم معیار را به صورت زیر می‌توان بیان کرد: انتقال خالص جرم به/ یا از یک حجم معیار در طول یک بازه زمانی Δt با تغییر خالص (افزایش یا کاهش) در کل جرم حجم معیار در طول زمان Δt برابر است، یعنی:

$$\begin{pmatrix} \text{تغییر خالص درون} \\ \text{حجم معیار در مدت} \\ \text{زمان } \Delta t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{کل جرم خروجی از} \\ \text{حجم معیار در مدت} \\ \text{زمان } \Delta t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{کل جرم ورودی} \\ \text{به حجم معیار در} \\ \text{مدت زمان } \Delta t \end{pmatrix}$$



شکل ۵-۶ قانون بقای جرم برای یک وان حمام معمولی.

یا

$$m_{in} - m_{out} = \Delta m_{CV} \quad (kg) \qquad (۱۰-۵)$$

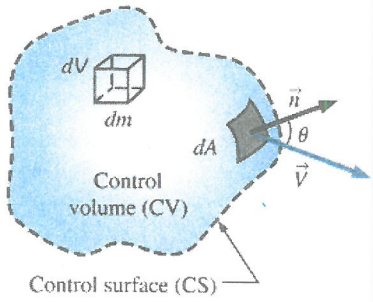
که $\Delta m_{CV} = m_{\text{نهایی}} - m_{\text{اولیه}}$ تغییر در جرم حجم معیار در طی فرایند می‌باشد (شکل ۵-۶). این اصل را به شکل معادله شار به صورت زیر هم می‌توان بیان کرد:

$$\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} = dm_{CV} / dt \quad (kg/s) \qquad (۱۱-۵)$$

که $\dot{m}_{in}$ و $\dot{m}_{out}$ به ترتیب نرخ‌های کلی دبی ورودی و خروجی از حجم معیار و dm_{CV} / dt نرخ تغییر جرم درون مرزهای حجم معیار می‌باشد. معادله‌های ۵-۱۰ و ۵-۱۱ را اغلب معادله موازنه جرم می‌گویند که برای حجم معیاری که در معرض هر نوع فرایندی قرار می‌گیرد قابل استفاده است.

حجم معیاری با شکل دلخواه مطابق شکل ۵-۷ را در نظر بگیرید. جرم حجم دیفرانسیلی $d\forall$ در حجم معیار $dm = \rho\, d\forall$ است. جرم کل حجم معیار در زمان t با انتگرال‌گیری به دست می‌آید:

$$m_{CV} = \int_{CV} \rho\, d\forall \qquad (۱۲-۵)$$



شکل ۵-۷ حجم معیار دیفرانسیلی $d\forall$ و سطح معیار دیفرانسیلی dA مورد استفاده در به‌دست آوردن رابطه بقای جرم.

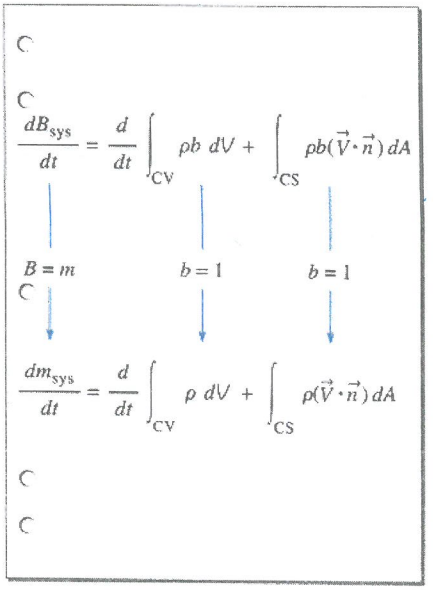
پس نرخ زمانی تغییر مقدار جرم در درون حجم معیار را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\frac{dm_{CV}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{CV} \rho \, d\forall \qquad (۱۳-۵)$$

برای حالت خاصی که جرمی‌از سطح معیار عبور نمی‌کند (یعنی حجم معیار نشان‌دهنده یک سیستم بسته است)، اصل بقای جرم مشابه آنچه برای سیستم بسته بود تبدیل شده و آن را به صورت $dm_{CV}/dt = ۰$ می‌توان بیان کرد. این رابطه حتی برای زمانی که حجم معیار ثابت، متحرک و یا در حال تغییر شکل هم باشد معتبر است.

اینک جریان جرم ورودی به یا خروجی از حجم معیار را روی یک سطح دیفرانسیلی dA در نظر می‌گیریم. مطابق شکل ۵-۷ $\vec{n}$ برداری است که عمود بر سطح dA و به سمت بیرون می‌باشند و $\vec{V}$ هم سرعت جریان نسبت به یک سیستم مختصات ثابت است. در حالت کلی سرعت $\vec{V}$ ممکن است که با جهت عمود بر سطح dA دارای زاویهٔ θ باشد و دبی جرمی با مؤلفه عمودی سرعت $\vec{V}_n = \vec{V}\cos\theta$ متناسب است که محدوده آن از یک مقدار ماکزیمم در خروجی برای $\theta = ۰$ (جریان عمود بر dA است) تا یک مقدار مینیمم صفر برای $\theta = ۹۰^\circ$ (جریان مماس بر dA است) و یک مقدار ماکزیمم در ورودی برای $\theta = ۱۸۰^\circ$ (جریان عمود بر dA است اما در جهت مخالف است) می‌باشد. با استفاده از مفهوم ضرب نقطه‌ای دو بردار، مقدار مؤلفه عمودی سرعت را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$V_n = V\cos\theta = \vec{V}.\vec{n} \qquad (۱۴-۵)$$



شکل ۵-۸ معادله بقای جرم با جایگزینی B در تئوری انتقال رینولدز با m و b با ۱ به دست آمده است (m بر واحد جرم $= m/m = 1$)

دبی جرمی عبوری از dA با چگالی سیال ρ، سرعت عمودی V_n و مساحت جریان dA متناسب می‌باشد و آن را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\delta\dot{m} = \rho V_n dA = \rho(V\cos\theta)dA = \rho(\vec{V}.\vec{n})dA \qquad (۱۵-۵)$$

که نرخ خالص دبی ورودی یا خروجی از حجم معیار با انتگرال‌گیری از $\delta\dot{m}$ روی کل سطح معیار حاصل می‌شود:

$$\dot{m}_{net} = \int_{CS} \delta\dot{m} = \int_{CS} \rho V_n dA = \int_{CS} \rho(\vec{V}.\vec{n})\, dA \qquad (۱۶-۵)$$

توجه کنید که $\vec{V}.\vec{n} = V\cos\theta$ برای $\theta < ۹۰^\circ$ مثبت است (خروجی) و برای $\theta > ۹۰^\circ$ (ورودی) منفی است. بنابراین، جهت جریان به صورت خودکار منظور می‌شود و انتگرال سطحی در معادله ۵-۱۶ مستقیماً دبی خالص جرمی را می‌دهد. مقدار مثبت $\dot{m}_{net}$ نشان‌دهنده جرم خالص خروجی از حجم معیار بوده و مقدار منفی نشان‌دهنده جرم خالص ورودی به حجم معیار است.

با بازآرایی معادله ۵-۱۱ به صورت $dm_{CV}/dt + \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = ۰$، رابطه بقای جرم برای یک حجم معیار ثابت را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\frac{d}{dt}\int_{CV} \rho \, d\forall + \int_{CS} \rho(\vec{V}.\vec{n})\, dA = ۰ \qquad (۱۷-۵)$$

که بیان می‌کند که، نرخ زمانی تغییر جرم در داخل حجم معیار به اضافه دبی خالص عبوری از سطح معیار برابر با صفر است.

هم‌چنین می‌توان رابطه بقای جرم کلی برای یک حجم معیار را با استفاده از تئوری انتقال رینولدز (RTT) با در نظر گرفتن خاصیت B به صورت m (فصل ۴) به دست آورد. چون با تقسیم جرم بر جرم خاصیت بر واحد جرم را که در اینجا واحد است به دست می‌آوریم، پس b=۱ می‌باشد. هم‌چنین جرم یک سیستم ثابت بوده و بنابراین مشتق زمانی آن مساوی صفر است یعنی $dm_{sys}/dt = ۰$. سپس طبق شکل ۵-۸ معادله انتقال رینولدز سریعاً به معادله ۵-۱۷ تبدیل می‌شود و بنابراین به این نتیجه می‌رسیم که تئوری انتقال رینولدز یک ابزار بسیار قدرتمند می‌باشد. در فصل ۶ با اعمال RTT معادلات مومنتوم خطی و زاویه‌ای را برای حجم معیارها به دست می‌آوریم.

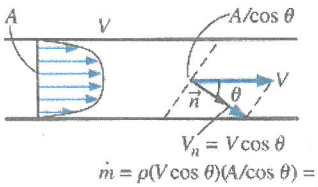
با تفکیک انتگرال سطحی در معادله ۵-۱۷ به دو بخش، یکی برای جریان‌های خروجی (مثبت) و دیگری برای جریان‌های ورودی (منفی)، رابطه بقای جرم کلی را می‌توان به دست آورد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{d}{dt}\int_{CV} \rho \, d\forall + \sum_{out} \int_A \rho V_n \, dA - \sum_{in} \int_A \rho V_n \, dA = ۰ \qquad (۱۸-۵)$$

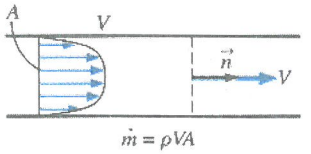
که A نشان دهنده مساحت ورودی یا خروجی بوده و علامت جمع برای در نظر گرفتن کلیهٔ ورودی‌ها و خروجی‌هاست. با استفاده از تعریف دبی جرمی، معادلهٔ ۵-۱۸ را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\frac{d}{dt}\int_{CV} \rho \, d\forall = \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m} \quad \text{یا} \quad \frac{dm_{CV}}{dt} = \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m} \qquad (۱۹-۵)$$

به هنگام حل هر مسأله، انعطاف‌پذیری قابل توجهی در انتخاب حجم معیار وجود دارد. حجم معیارهای مختلفی را می‌توان انتخاب کرد ولی کار با برخی از آنها آسان‌تر است. یک حجم معیار نباید دارای پیچیدگی‌های غیر ضروری باشد، انتخاب صحیح یک حجم معیار می‌تواند حل یک مسأله ظاهراً پیچیده را آسان نماید. یک قاعده ساده در انتخاب حجم معیار این است که سطح معیار باید در تمام نقاطی که جریان سیال آنها را قطع می‌کند تا حد



(*a*) Control surface *at an angle* to flow



(*b*) Control surface *normal* to flow

شکل ۵-۹ با این‌که نتایج یکسان است ولی برای اجتناب از پیچیدگی، یک سطح معیار همیشه باید در تمام جاهایی که جریان سیال از آنها عبور می‌کند عمود بر جریان انتخاب شود.

ممکن بر جریان عمود باشد. با این کار حاصل‌ضرب نقطه‌ای $\vec{V}.\vec{n}$ به سادگی به مقدار سرعت تبدیل می‌شود و انتگرال $\int_A \rho\,(\vec{V}.\vec{n})\,dA$ به سادگی به صورت ρVA در می‌آید (شکل ۵-۹).

حجم معیارهای متحرک یا تغییر شکل‌پذیر

در معادلات ۵-۱۷ و ۵-۱۸ هنگامی‌که سرعت مطلق $\vec{V}$ با سرعت نسبی $\vec{V}_r$، که سرعت سیال نسبت به سطح معیار است (فصل ۴) جایگزین شود، روابط برای حجم معیارهای متحرک یا تغییر شکل پذیر قابل استفاده است. در حالتی که شکل حجم معیار غیر قابل تغییر باشد، سرعت نسبی، سرعتی است که توسط فردی است که با حجم معیار حرکت می‌کند مشاهده می‌شود و به صورت $\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{CV}$ بیان می‌شود که $\vec{V}$ سرعت سیال و $\vec{V}_{CV}$ هم سرعت حجم معیار است که هر دو نسبت به یک نقطه ثابت در خارج حجم معیار سنجیده می‌شوند. مجدداً دقت کنید که این یک تفاضل برداری است.

برخی مسائل تجربی (از قبیل تزریق دارو به وسیله سرنگ که با حرکت اجباری یک پیستون همراه است.) شامل حجم معیارهای در حال تغییر شکل هستند. حال اگر سرعت سیال عبوری از یک بخش در حال تغییر شکل سطح معیار را نسبت به سطح معیار بیان کنیم، رابطه بقای جرم حاصل باز هم می‌تواند برای حجم معیارهای در حال تغییر شکل استفاده شود (یعنی، سرعت سیال باید نسبت به دستگاه مختصات متصل به بخش در حال تغییر شکل سطح معیار سنجیده شود). در این حالت سرعت نسبی در هر نقطه از حجم معیار به صورت

$\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{CS}$ بیان می‌شود که $\vec{V}_{CS}$ سرعت موضعی سطح معیار در یک نقطه نسبت به یک نقطه ثابت در خارج از حجم معیار است.

موازنه جرم برای فرایندهای جریان دائم

در یک فرایند جریان دائم، کل جرم موجود در داخل حجم معیار با زمان تغییر نمی‌کند (ثابت = m_{CV}). پس اصل بقای جرم مستلزم آن است که مقدار جرم ورودی به حجم معیار با مقدار خروجی از آن مساوی باشد. مثلاً در یک نازل آبپاش باغبانی در یک فرایند جریان دائم، مقدار آب ورودی به نازل بر واحد زمان با مقدار آب خروجی از آن مساوی است.

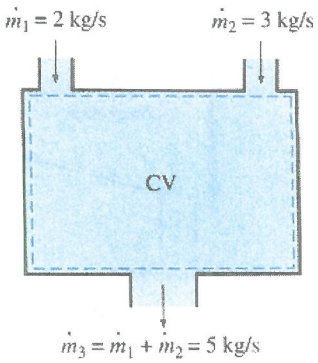
هنگامی‌که با فرایندهای جریان دائم سر و کار داریم به مقدار جرمی‌که در طی یک مدت زمان به دستگاه وارد یا از آن خارج می‌شود علاقه‌ای نداریم. بلکه به مقدار جرم بر واحد زمان یعنی دبی جرمی $\dot{m}$ علاقه‌مند هستیم. اصل بقای جرم برای یک سیستم جریان دائم با چند ورودی و چند خروجی را به صورت زیر و به شکل شار می‌توان بیان کرد (شکل ۵-۱۰):

$$\sum_{in} \dot{m} = \sum_{out} \dot{m} \qquad (kg/s) \qquad (۲۰-۵)$$

رابطه فوق بیان می‌کند که دبی جرمی‌ورودی به یک حجم معیار با دبی جرمی‌خروجی از آن برابر است.

بسیاری از دستگاه‌های مهندسی از جمله نازل‌ها، دیفیوزها، توربین‌ها، کمپرسورها و پمپ‌ها شامل یک جریان تنها می‌باشند (تنها یک ورودی و یک خروجی دارند). برای این وسائل، حالت ورودی را با زیرنویس ۱ و حالت خروجی را با زیرنویس ۲ نشان داده و علامت‌های جمع را حذف می‌کنیم. پس معادله ۵-۲۰ به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \qquad (۲۱-۵)$$



شکل ۵-۱۰ قانون بقای جرم برای یک سیستم جریان دائم دو ورودی ـ یک خروجی.

حالت خاص: جریان تراکم‌ناپذیر

رابطه بقای جرم را هنگامی‌که جریان تراکم‌ناپذیر است می‌توان بیشتر هم ساده کرد، که این حالت معمولاً مختص مایعات است. باحذف چگالی از دو سمت رابطه جریان- دائم خواهیم داشت:

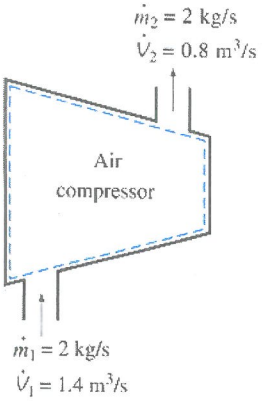
$$\sum_{in} \dot{V} = \sum_{out} \dot{V} \qquad (۲۲-۵)$$

و برای یک سیستم جریان- دائم تک جریانی، رابطه به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 \qquad (۲۳-۵)$$

همیشه این را باید در ذهن داشته باشیم که چیزی به نام اصل بقای حجم نداریم. بنابراین، دبی‌های حجمی ورودی و خروجی به یک دستگاه جریان دائم ممکن است متفاوت باشد. با وجود این که دبی جرمی‌هوا در یک کمپرسور ثابت است، دبی حجمی‌خروجی از یک کمپرسور هوا بسیار کمتر از دبی حجمی ورودی به آن است (شکل ۵-۱۱). این به علت چگالی بالای هوا در خروجی کمپرسور می‌باشد. با این وجود چون مایعات اساساً مواد تراکم‌ناپذیرند در جریان دائم مایعات، دبی‌های حجمی، مشابه با دبی‌های جرمی ثابت باقی می‌مانند. جریان آب عبوری از نازل یک آبپاش مثالی از این حالت است.

اصل بقای جرم مبتنی بر مشاهدات تجربی بوده و مستلزم این است که هر ذره جرم در طی یک فرایند مدنظر قرار گیرد. اگر شما قادر به موازنه چک‌های حساب بانکی خود باشید (یعنی رد سپرده‌ها و برداشت‌ها را داشته باشید) به سادگی خواهید توانست اصل بقای جرم در سیستم‌های مهندسی را هم به‌کار ببرید.



شکل ۵-۱۱ اگرچه در یک فرایند جریان دائم دبی‌های جرمی دارای بقاء هستند اما دبی‌های حجمی لزوماً چنین بقایی را ندارند.

مثال ۵-۱ جریان آب عبوری از یک نازل آبپاش باغبانی

از آبپاشی که یک نازل به آن وصل شده است برای پر کردن یک سطل ۱۰ گالنی استفاده می‌شود. قطر داخلی آبپاش $2cm$ است که در خروجی نازل این قطر $0.8cm$ می‌شود (شکل ۵-۱۲). اگر زمان لازم برای پر کردن سطل $50s$ باشد، (الف) دبی‌های جرمی و حجمی آب عبوری از آبپاش را حساب کنید. (ب) سرعت متوسط آب در خروجی نازل را به دست آورید.

حل: از یک آبپاش برای پر کردن یک سطل آب استفاده می‌شود. هدف تعیین دبی‌های جرمی و حجمی و سرعت خروجی است.

فرضیات: ۱- آب یک مادهٔ تراکم‌ناپذیر است. ۲- جریان در آبپاش دائم است. ۳- اتلاف آبی ناشی از پاشش آب وجود ندارد.

خواص: چگالی آب را $1000kg/m^3$ در نظر می‌گیریم.

تحلیل: (الف) توجه کنید که ۱۰ گالن آب در $50s$ تخلیه می‌شود، پس دبی‌های جرمی و حجمی آب به صورت زیر می‌باشند:

$$\dot{V} = \frac{V}{\Delta t} = \frac{10\,gal}{50\,s}\left(\frac{3.784\,L}{1\,gal}\right) = 0.757\,L/s$$

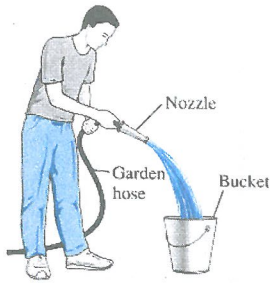
$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (1\,kg/L)(0.757\,L/s) = 0.757\,kg/s$$

(ب) مساحت سطح مقطع خروجی نازل به صورت زیر است:

$$A_c = \pi r_c^2 = \pi(0.4\,cm)^2 = 0.5027\,cm^2 = 0.5027\times10^{-4}\,m^2$$

دبی حجمی‌عبوری از آبپاش و نازل ثابت است، پس سرعت متوسط آب در خروجی نازل به صورت زیر است:

$$V_c = \frac{\dot{V}}{A_e} = \frac{0.757\,L/s}{0.5027\times10^{-4}\,m^2}\left(\frac{1\,m^3}{1000\,L}\right) = 15.1\,m/s$$



شکل ۵-۱۲ شماتیک مثال ۵-۱.

بحث: می‌توان نشان داد که سرعت متوسط آب در لوله آبپاش $۲/۴m/s$ است. بنابراین، نازل سرعت آب را شش برابر افزایش داده است.

مثال ۵-۲ تخلیه آب از یک مخزن

مخزن آب استوانه‌ای شکلی به ارتفاع $۴ft$ و قطر $۳ft$ که سطح بالایی آن در تماس با اتمسفر است، در ابتدا پر از آب می‌باشد. حال دریچه تخلیه را که در نزدیکی کف مخزن قرار دارد باز می‌کنیم تا جت آبی که قطرش $۰/۵in$ است، از مخزن خارج شود (شکل ۵-۱۳). سرعت متوسط جت توسط رابطه $V=\sqrt{۲gh}$ داده می‌شود که h ارتفاع آب در مخزن است که از مرکز سوراخ، اندازه گرفته می‌شود (یک متغیر) و g شتاب ثقل است. تعیین کنید که چه مدت طول می‌کشد تا سطح آب مخزن به فاصله $۲ft$ از کف مخزن افت کند.

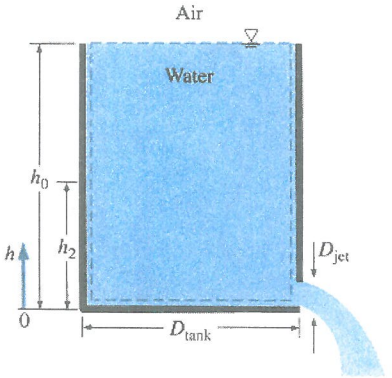
حل: دریچه‌ای که در نزدیکی کف مخزن آبی قرار دارد باز می‌شود. هدف تعیین مدت زمانی است که نصف آب موجود در مخزن خالی شود.

فرضیات: ۱- آب یک ماده تراکم‌ناپذیر است. ۲- فاصله میان کف مخزن و مرکز سوراخ در مقایسه با ارتفاع کل آب قابل صرف‌نظر است. ۳- شتاب گرانش $۳۲/۲\,ft/s^۲$ است.

تحلیل: حجم آب اشغالی را به عنوان حجم معیار در نظر می‌گیریم. در این حالت با پایین آمدن سطح آب در مخزن اندازهٔ حجم معیار کاهش می‌یابد و بنابراین این یک حجم معیار متغیر است. ما هم‌چنین می‌توانستیم بدون توجه به هوایی که جایگزین آب می‌شود، با این حجم معیار به عنوان یک حجم معیار ثابت برخورد کنیم. واضح است که چون خواص (از قبیل مقدار جرم) حجم معیار با زمان تغییر می‌کنند یک مسأله جریان- غیر دائم داریم.

رابطه بقای جرم برای حجم معیاری به شکل معادله شار به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{m}_{in}-\dot{m}_{out}=\frac{dm_{CV}}{dt} \qquad (۱)$$



شکل ۵-۱۳ شماتیک مثال ۵-۲۰.

در طی این فرایند هیچ جرمی‌به حجم معیار وارد نمی‌شود ($\dot{m}_{in}=۰$) و دبی جرمی‌آب تخلیه شده را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\dot{m}_{out}=(\rho VA)_{out}=\rho\sqrt{۲gh}\,A_{jet} \qquad (۲)$$

که $A_{jet}=\pi D_{jet}^{۲}/۴$ سطح مقطع جت است که مقدار ثابتی می‌باشد. چون چگالی آب ثابت است، جرم آب درون مخزن در هر زمانی به صورت زیر است:

$$m_{CV}=\rho\forall=\rho\,A_{\tan k}h \qquad (۳)$$

که $A_{\tan k}=\pi D_{\tan k}^{۲}/۴$ مساحت مخزن استوانه‌ای است. با جایگزینی معادلات ۲و۳ در رابطه بقای جرم (معادله ۱) به دست می‌آید:

$$-\rho\sqrt{۲gh}\,A_{jet}=\frac{d(\rho A_{\tan k}h)}{dt}\rightarrow-\rho\sqrt{۲gh}\,(\pi D_{jet}^{۲}/۴)=\frac{\rho(\pi D_{\tan k}^{۲}/۴)dh}{dt}$$

با حذف چگالی‌ها و جملات مشترک دیگر و جداسازی متغیرها خواهیم داشت:

$$dt=-\frac{D_{\tan k}^{۲}}{D_{jet}^{۲}}\frac{dh}{\sqrt{۲gh}}$$

با انتگرال‌گیری از $t=۰$ در $h=h_{۰}$ تا $t=t$ در $h=h_{۲}$ داریم:

$$\int_{۰}^{t}dt=\frac{-D_{\tan k}^{۲}}{D_{jet}^{۲}\sqrt{۲g}}\int_{h_{۰}}^{h_{۲}}\frac{dh}{\sqrt{h}}\rightarrow t=\frac{\sqrt{h_{۰}}-\sqrt{h_{۲}}}{\sqrt{g/۲}}\left(\frac{D_{\tan k}}{D_{jet}}\right)^{۲}$$

با جایگذاری، زمان تخلیه به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$t=\frac{\sqrt{۴\,ft}-\sqrt{۲\,ft}}{\sqrt{۳۲/۲\,ft/s^{۲}}}\left(\frac{۳\times۱۲\,in}{۰/۵\,in}\right)^{۲}=۷۵۷\,s=۱۲/۶\,\min$$

بنابراین بعد از این‌که دریچه تخلیه باز می‌شود، نصف مخزن در ۱۲/۶ دقیقه تخلیه خواهد شد.

بحث: با استفاده از همین روابط برای حالت $h_{۲}=۰$، برای تخلیه کامل مقدار آب موجود در مخزن به $t=۴۳/۱$ دقیقه، نیاز است. بنابراین، خالی شدن نیمه پایینی مخزن زمان بیشتری را نسبت به خالی شدن نیمه بالایی مخزن می‌گیرد. علت این امر این است که با کاهش h سرعت متوسط تخلیه آب کمتر می‌شود.

۵-۳ انرژی مکانیکی و بازده

بسیاری از سیستم‌های سیالی برای انتقال سیال از یک نقطه به نقطهٔ دیگر در یک دبی، سرعت و اختلاف ارتفاع مشخص طراحی می‌شوند و در طول این فرایند ممکن است که سیستم در یک توربین کار مکانیکی را ایجاد و یا در یک پمپ یا فن این کار را مصرف کند. در این سیستم‌ها تبدیل انرژی هسته‌ای، شیمیایی یا گرمایی به انرژی مکانیکی وجود ندارد. هم‌چنین، انتقال حرارت در این سیستم‌ها قابل توجه نمی‌باشد و آنها عموماً در یک دمای ثابت کار می‌کنند. این سیستم‌ها را عموماً می‌توان فقط با در نظر گرفتن شکل‌های مکانیکی انرژی تحلیل کرد و در این سیستم‌ها اثرات اصطکاکی باعث افت و هدر رفتن انرژی مکانیکی می‌شوند (یعنی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شوند که معمولاً به صورت مفیدی قابل استفاده نیستند).

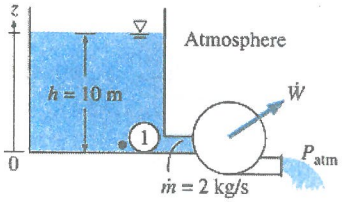
انرژی مکانیکی را به عنوان شکلی از انرژی می‌توان در نظر گرفت که آن را به طور کامل و مستقیم می‌توان با استفاده از یک دستگاه مکانیکی مانند یک توربین ایده‌آل به کار مکانیکی تبدیل کرد. انرژی جنبشی و پتانسیل شکل‌های آشنای انرژی مکانیکی هستند. به هر حال، چون انرژی گرمایی نمی‌تواند مستقیماً و به طور کامل به کار تبدیل شود (قانون دوم ترمودینامیک) انرژی مکانیکی نمی‌باشد.

یک پمپ با بالا بردن فشار سیال به آن انرژی مکانیکی می‌دهد و یک توربین با گرفتن انرژی مکانیکی از سیال فشار آن را کاهش می‌دهد. بنابراین، فشار یک جریان سیال اغلب با انرژی مکانیکی آن مرتبط است. در واقع واحد فشار Pa معادل با $Pa = N/m^2 = N.m/m^3 = J/m^3$ است، که انرژی بر واحد حجم است و حاصل‌ضرب $P \vee$ یا معادل آن P/ρ دارای واحد J/kg است که انرژی بر واحد جرم است. گفتنی است که خود فشار شکلی از انرژی نیست، اما نیروی فشاری وارد به یک سیال که در فاصله مشخصی عمل می‌کند، تولید کار می‌کند که به آن کار جریان می‌گویند و مقدار آن P/ρ بر واحد جرم است. کار مکانیکی بر حسب خواص سیال بیان می‌شود و معمول است که به آن، به عنوان بخشی از انرژی جریان نگاه شود و آن را انرژی جریان می‌نامند. بنابراین، انرژی مکانیکی یک سیال در جریان بر واحد جرم را به صورت زیر می‌توان بیان کرد (شکل ۵-۱۴)،

$$e_{mech} = \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz$$

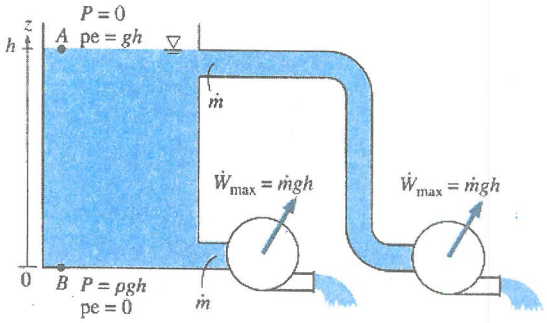
که P/ρ انرژی جریان، $V^2/2$ انرژی جنبشی و gz انرژی پتانسیل سیال است که همگی بر واحد جرم هستند. پس تغییر انرژی مکانیکی یک سیال در طول جریان تراکم‌ناپذیر به صورت زیر می‌باشد:

$$\Delta e_{mech} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (kJ/kg) \qquad (۲۴-۵)$$



$$\dot{W}_{max} = \dot{m}\frac{P_1 - P_{atm}}{\rho} = \dot{m}\frac{\rho gh}{\rho} = \dot{m}gh$$
$$= (2\ \text{kg/s})(9.81\ \text{m/s}^2)(10\ \text{m})$$
$$= 196\ \text{W}$$

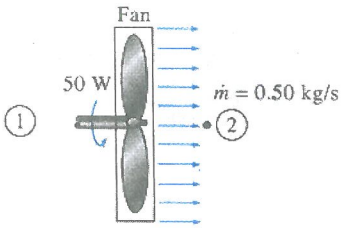
شکل ۵-۱۴ در غیاب هر گونه تغییر در سرعت و ارتفاع جریان توان تولید شده توسط یک توربین هیدرولیکی ایده‌آل با افت فشار آب گذرنده از توربین متناسب است.



شکل ۵-۱۵ انرژی مکانیکی آب در کف یک مخزن با انرژی مکانیکی در هر عمق به علاوه انرژی مکانیکی تا سطح آزاد مخزن برابر است.

بنابراین، اگر فشار، چگالی، سرعت و ارتفاع یک سیال در طول جریان ثابت بمانند، انرژی مکانیکی سیال نیز تغییر نمی‌کند. در غیاب هر گونه افتی، تغییر انرژی مکانیکی نشان‌دهنده انرژی مکانیکی اضافه شده به سیال (اگر $\Delta e_{mech} > 0$) بوده و یا انرژی مکانیکی گرفته شده از سیال (اگر $\Delta e_{mech} < 0$) است.

مطابق شکل ۵-۱۵، مخزنی تا ارتفاع h آب دارد و سطح مبنا کف مخزن است. در نقطه A که در سطح آزاد قرار دارد، فشار نسبی و انرژی پتانسیل بر واحد جرم به ترتیب $P_A=0$ و $Pe_A=gh$ هستند و در نقطه B که در کف مخزن واقع شده $P_B=\rho gh$ و $Pe_B=0$ است. همان‌گونه که در شکل نشان داده شده است یک توربین هیدرولیکی ایده‌آل می‌تواند آب (یا هر سیال دیگر با چگالی ثابت) را از بالا یا کف مخزن دریافت کرده و کار تولیدی آن بر واحد



$V_1 = 0,\ V_2 = 12$ m/s
$z_1 = z_2$
$P_1 = P_2$

$$\eta_{\text{mech, fan}} = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech, fluid}}}{\dot{W}_{\text{shaft, in}}} = \frac{\dot{m} V_2^2/2}{\dot{W}_{\text{shaft, in}}}$$
$$= \frac{(0.50 \text{ kg/s})(12 \text{ m/s})^2/2}{50 \text{ W}}$$
$$= 0.72$$

شکل ۵-۱۶ بازده مکانیکی یک دمنده نسبت انرژی جنبشی هوا در خروجی دمنده به توان ورودی است.

جرم $w_{turbine}=gh$ است. گفتنی است که جریان در داخل لولهٔ واسط بین مخزن و توربین را ایده‌آل فرض کرده‌ایم (بدون افت‌های برگشت ناپذیر). بنابراین انرژی مکانیکی کل آب در کف مخزن با انرژی مکانیکی در بالای آن برابر است.

انتقال انرژی مکانیکی معمولاً به وسیله یک محور دوار صورت می‌گیرد و اغلب انرژی مکانیکی را به عنوان کار محوری می‌نامند. یک پمپ یا دمنده کار محوری را دریافت می‌کند (معمولاً از یک موتور الکتریکی) و آن را به صورت انرژی مکانیکی به سیال می‌دهد (افت‌های اصطکاکی ناچیز). از طرف دیگر یک توربین، انرژی مکانیکی سیال را به کار محوری تبدیل می‌کند. در غیاب هر گونه برگشت ناپذیری از جمله اصطکاک، انرژی مکانیکی می‌تواند به طور کامل از یک شکل مکانیکی به شکل دیگر تبدیل شود و بازدهٔ مکانیکی یک دستگاه یا فرایند را به صورت زیر می‌توان تعریف کرد (شکل ۵-۱۶)،

$$\eta_{mech} = \frac{\text{انرژی مکانیکی خروجی}}{\text{انرژی مکانیکی ورودی}} = \frac{E_{mech,out}}{E_{mech,in}} = 1 - \frac{E_{mech,loss}}{E_{mech,in}} \qquad (۲۵-۵)$$

بازده مکانیکی کمتر از ۱۰۰ درصد نشان می‌دهد که، تبدیل به طور کامل انجام نشده است و در طول این تبدیل افت‌هایی روی داده است. بازده مکانیکی ۹۷ درصد نشان می‌دهد که ۳ درصد از انرژی مکانیکی ورودی در نتیجه اتلافات حرارتی به انرژی گرمایی تبدیل شده است که این خود باعث افزایش ناچیز دمای سیال خواهد شد.

در سیستم‌های سیالی، عموماً به افزایش فشار، سرعت و ارتفاع سیال علاقه‌مند هستیم. این کار با اضافه کردن انرژی مکانیکی به سیال با استفاده از پمپ، دمنده یا کمپرسور صورت می‌گیرد. (همهٔ آنها را به عنوان پمپ‌ها می‌شناسیم). یا در یک فرایند معکوس می‌خواهیم انرژی مکانیکی یک سیال را توسط یک توربین به توان مکانیکی در شکل یک محور دوار تبدیل کنیم که با آن می‌توان یک ژنراتور یا هر دستگاه چرخان دیگری را به حرکت در آورد. میزان تبدیل کار مکانیکی مصرفی یا تولیدی به انرژی مکانیکی سیال با بازده پمپ یا توربین بیان می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$\eta_{pump} = \frac{\text{افزایش انرژی مکانیکی سیال}}{\text{انرژی مکانیکی ورود سیال}} = \frac{\Delta \dot{E}_{mech,Fluid}}{E_{shaft,in}} = \frac{\dot{W}_{pump,u}}{\dot{W}_{pump}} \qquad (۲۶-۵)$$

که $\Delta \dot{E}_{mech,Fluid} = \dot{E}_{mech,out} - \dot{E}_{mech,in}$ نرخ افزایش انرژی مکانیکی سیال است که معادل با توان پمپاژ مفید $\dot{W}_{pump,u}$ داده شده به سیال است و

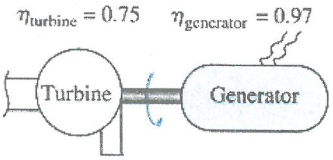
$$\eta_{turbine} = \frac{\text{انرژی مکانیکی خروجی}}{\text{کاهش انرژی مکانیکی سیال}} = \frac{\dot{W}_{shaft,out}}{\left|\Delta \dot{E}_{mech,\,fluid}\right|} = \frac{\dot{W}_{turbine}}{\dot{W}_{turbine,e}} \qquad (۲۷-۵)$$

که $\left|\Delta \dot{E}_{mech,\,fluid}\right| = \dot{E}_{mech,in} - \dot{E}_{mech,out}$ نرخ کاهش انرژی مکانیکی سیال است که با توان مکانیکی گرفته شده از سیال به وسیله توربین $\dot{W}_{turbine,e}$ برابر است و برای اجتناب از مقادیر منفی بازده از علامت قدر مطلق استفاده می‌کنیم. بازده ۱۰۰ درصد توربین یا پمپ نشان‌دهنده تبدیل کامل کار محوری و انرژی مکانیکی سیال است و هنگامی‌که اثرات اصطکاکی به حداقل برسند به این مقدار می‌توان نزدیک شد (اما هیچ‌گاه به آن نمی‌رسیم). بازده مکانیکی را نباید با بازده موتور و بازده ژنراتور که به صورت زیر تعریف می‌شوند اشتباه کرد:

$$\eta_{motor} = \frac{\text{قدرت مکانیکی خروجی}}{\text{قدرت الکتریکی ورودی}} = \frac{\dot{W}_{shaft,out}}{\dot{W}_{elect,in}} \qquad (۲۸-۵)$$

$$\eta_{generator} = \frac{\text{قدرت الکتریکی خروجی}}{\text{قدرت مکانیکی ورودی}} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\dot{W}_{shaft,in}} \qquad (۲۹-۵)$$

یک پمپ معمولاً با موتور آن و یک توربین با ژنراتور آن کوپله می‌شوند. بنابراین اغلب بازده ترکیبی یا کلی مجموعه‌های پمپ- موتور و توربین- ژنراتور را در نظر می‌گیریم



$$\eta_{turbine-gen} = \eta_{turbine}\eta_{generator}$$
$$= 0.75 \times 0.97$$
$$= 0.73$$

شکل ۵-۱۷ کارایی مرکب یک توربین ـ ژنراتور حاصل‌ضرب بازده توربین و بازده ژنراتور است و بیانگر نسبت انرژی مکانیکی سیال است که به انرژی الکتریکی تبدیل شده است.

(شکل۵-۱۷) که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\eta_{pump-motor} = \eta_{pump}\eta_{motor} = \frac{\dot{W}_{pump,u}}{\dot{W}_{elect,in}} = \frac{\Delta\dot{E}_{mech,fluid}}{\dot{W}_{elect,in}} \qquad (۳۰-۵)$$

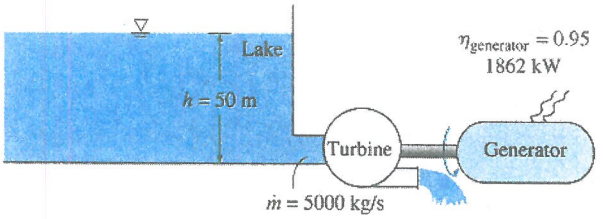
و

$$\eta_{turbine-gen} = \eta_{turbine}\eta_{generator} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\dot{W}_{turbine,e}} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\left|\Delta\dot{E}_{mech,\,fuid}\right|} \qquad (۳۱-۵)$$

تمام بازده‌هایی که تا این مرحله تعریف شده‌اند در محدوده ۰ و ۱۰۰ درصد قرار دارند. حد پایین ۰ درصد بیان کننده تبدیل تمام انرژی الکتریکی یا مکانیکی ورودی به انرژی گرمایی می‌باشد و دستگاه در این حالت صرفاً یک مقاومت گرمایی است. حد بالایی ۱۰۰ درصد بیان کننده حالت تبدیل کامل بدون اصطکاک یا بازگشت‌ناپذیری‌ها می‌باشد و بنابراین هیچ بخشی از انرژی مکانیکی یا الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل نمی‌شود.

مثال ۵-۳ بازده یک ژنراتور- توربین هیدرولیک

در یک دریاچه بزرگ با نصب یک ژنراتور- توربین در مکانی که عمق آب $50m$ است از آب دریاچه برای تولید الکتریسیته استفاده می‌شود (شکل ۵-۱۸). دبی آب $5000kg/s$ است. اگر



شکل ۵-۱۸ شماتیک مثال ۵-۳.

توان الکتریکی تولیدی $۱۸۶۲kW$ بوده و بازده ژنراتور ۹۵ درصد باشد، مطلوبست: (الف) بازده کلی توربین، ژنراتور (ب) بازده مکانیکی توربین (ج) توانی که توربین به ژنراتور داده است.

حل: قرار است که یک ژنراتور- توربین از آب دریاچه برق تولید کند. بازده کلی، بازده توربین و توان محوری را باید تعیین کرد.

فرضیات: ۱- ارتفاع دریاچه ثابت است. ۲- انرژی مکانیکی آب در خروجی توربین قابل صرف‌نظر است.

خواص: چگالی آب را $\rho = ۱۰۰۰kg/m^۳$ می‌توان در نظر گرفت.

تحلیل: برای سادگی، کف دریاچه را به عنوان سطح مرجع در نظر می‌گیریم. بنابراین انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آب در آنجا صفر هستند و تغییر در انرژی مکانیکی بر واحد جرم به صورت زیر است:

$$e_{mech,in} - e_{much,out} = \frac{P}{\rho} - ۰ = gh = (۹/۸۱m/s^۲)(۵۰m)\left(\frac{۱kJ/kg}{۱۰۰۰m^۲/s^۲}\right) = ۰/۴۹۱kJ/kg$$

پس نرخ انرژی مکانیکی که توسط سیال به توربین داده می‌شود و بازده کلی به صورت زیر است:

$$\left|\Delta\dot{E}_{mech,fluid}\right| = \dot{m}(e_{mech,in} - e_{mcch,out}) = (۵۰۰۰kg/s)(۰/۴۹۱kJ/kg) = ۲۴۵۵kW$$

$$\eta_{overall} = \eta_{turbine,gen} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\left|\Delta\dot{E}_{mech,fluid}\right|} = \frac{۱۸۶۲kW}{۲۴۵۵kW} = ۰/۷۶$$

(ب) با دانستن بازده ژنراتور و بازده کلی، بازده مکانیکی توربین از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\eta_{turbine,gen} = \eta_{turbine}\,\eta_{generator} \rightarrow \eta_{turbine} = \frac{\eta_{turbine-gen}}{\eta_{generator}} = \frac{۰/۷۶}{۰/۹۵} = ۰/۸۰$$

(ج) توان خروجی محور با استفاده از تعریف بازده مکانیکی تعیین می‌شود،

$$\dot{W}_{shaft,out} = \eta_{turbine}\left|\Delta\dot{E}_{mech,fluid}\right| = (۰/۸۰)(۲۴۵۵kW) = ۱۹۶۴kW$$

بحث: گفتنی است که دریاچه $۲۴۵۵kW$ انرژی مکانیکی به توربین می‌دهد که از این مقدار $۱۹۶۴\ kW$ به کار محوری تبدیل می‌شود و ژنراتور را به حرکت در می‌آورد و از آن $۱۸۶۲\ kW$ توان الکتریکی تولید می‌شود. در هر قسمت افت‌های بازگشت‌ناپذیر وجود دارد.

مثال ۵-۴ تبدیل انرژی در یک توپ فولادی در حال نوسان

هدف تحلیل حرکت یک توپ فولادی در یک جام نیمکره‌ای با شعاع h می‌باشد که در شکل ۵-۱۹ نشان داده شده است. در ابتدا توپ در بالاترین ارتفاع در نقطهٔ A قرار دارد و سپس رها می‌شود. رابطه‌ای برای تبدیل انرژی توپ در حالاتی که حرکت بدون اصطکاک و حرکت واقعی داریم به دست آورید.

حل: یک توپ فولادی در یک ظرف نیم‌کره‌ای رها می‌شود. رابطه‌ای برای موازنه انرژی به دست آورید.

فرضیات: حرکت بدون اصطکاک است و بنابراین اصطکاک بین توپ، ظرف و هوا قابل صرف‌نظر است.

تحلیل: هنگامی‌که توپ رها می‌شود، تحت اثر گرانش شتاب می‌گیرد و به سرعت ماکزیمم (و حداقل ارتفاع) در نقطه B در کف ظرف می‌رسد و در جهت مخالف به سمت بالا و نقطه C حرکت می‌کند. در حالت ایده‌آل حرکت بدون اصطکاک، توپ بین نقاط A و C شروع به نوسان می‌کند. حرکت واقعی شامل تبدیل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل توپ به یکدیگر بوده و در طی آن باید بر نیروی مقاوم ناشی از اصطکاک غلبه کرد. موازنه انرژی برای هر سیستمی‌که در معرض یک فرایند اختیاری قرار می‌گیرد به صورت زیر است:

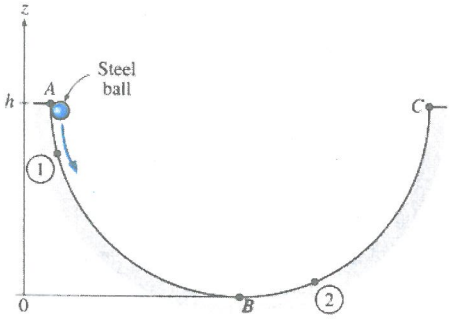
$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{تغییر انرژی‌های خالص بر}\\ \text{اثر گرما، کار و جرم}}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\substack{\text{تغییر انرژی‌های داخلی،}\\ \text{جنبشی، پتانسیل و غیره}}}$$

پس، موازنه انرژی توپ برای فرایند بین نقاط ۲و۱ به صورت زیر است:

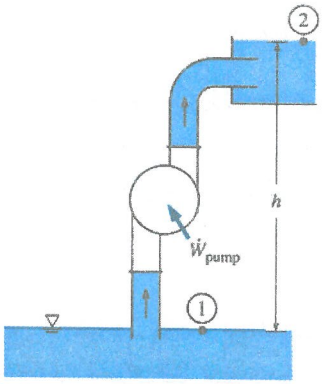
$$-w_{friction} = (ke_2 + pe_2) - (ke_1 + pe_1)$$

یا

$$\frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + w_{friction}$$



شکل ۵-۱۹ شماتیک مثال ۵-۴.



Steady flow

$$V_1 = V_2$$
$$z_2 = z_1 + h$$
$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$\dot{E}_{mech,\,in} = \dot{E}_{mech,\,out} + \dot{E}_{mech,\,loss}$$
$$\dot{W}_{pump} + \dot{m}gz_1 = \dot{m}gz_2 + \dot{E}_{mech,\,loss}$$
$$\dot{W}_{pump} = \dot{m}gh + \dot{E}_{mech,\,loss}$$

شکل ۵-۲۰ اغلب مسائل جریان سیال فقط شامل شکل‌های مکانیکی انرژی است و چنین مسائلی عموماً با استفاده از موازنه انرژی مکانیکی حل می‌شوند.

چون انتقال انرژی بر اثر حرارت یا جرم وجود ندارد و انرژی داخلی توپ نیز تغییر نمی‌کند (حرارت ایجاد شده توسط اصطکاک به هوای محیط داده می‌شود) جمله کار اصطکاکی $w_{friction}$ اغلب به صورت e_{loss} بیان می‌شود که نشان دهنده افت (تبدیل) انرژی مکانیکی به انرژی حرارتی است. برای حالت ایده‌آل یعنی حرکت بدون اصطکاک، رابطه آخر به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad \text{یا} \quad \frac{V^2}{2} + gz = C = \text{ثابت}$$

که مقدار ثابت $C=gh$ می‌باشد. یعنی، هنگامی‌که اثرات اصطکاکی قابل صرف‌نظر باشد، مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل توپ ثابت باقی می‌ماند.

بحث: به طور قطع این رابطه متداول‌ترین و شهودی‌ترین شکل معادله بقای انرژی برای این سیستم و فرایندهای مشابه از قبیل حرکت نوسانی پاندول یک ساعت دیواری می‌باشد. رابطه حاصل مشابه با معادله برنولی به دست آمده در بخش ۵-۴ است.

اغلب فرایندهای عملی فقط شامل شکل‌هایی معینی از انرژی هستند و در چنین حالاتی، کار با شکل‌های ساده معادله موازنه انرژی متداول‌تر است. برای سیستم‌هایی که شامل شکل‌های مکانیکی انرژی هستند و انتقال این انرژی مکانیکی به صورت کار محوری است، اصل بقای انرژی را به صورت ساده زیر می‌توان بیان کرد:

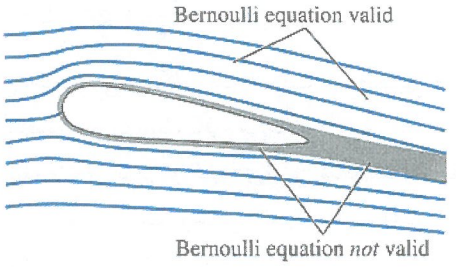
$$E_{much,in} - E_{much,out} = \Delta E_{mech,system} + E_{mech,loss} \qquad (۳۲-۵)$$

که $E_{mech,loss}$ بیان‌کننده تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی حرارتی است که ناشی از بازگشت ناپذیرهایی چون اصطکاک می‌باشد. برای یک سیستم در شرایط دائم، موازنه انرژی به صورت $\dot{E}_{mech,in} = \dot{E}_{mech,out} + \dot{E}_{mech,loss}$ در می‌آید (شکل ۵-۲۰).

۵-۴ معادله برنولی

معادله برنولی یک رابطه تقریبی بین فشار، سرعت و ارتفاع است که در نواحی تراکم‌ناپذیر و دائم جریان که نیروهای اصطکاکی قابل صرف‌نظر هستند اعتبار دارد (شکل ۵-۲۱). علی‌رغم سادگی آن، این رابطه یک ابزار بسیار قدرتمند در مکانیک سیالات است. در این بخش معادله برنولی را با اعمال اصل بقای مومنتوم خطی به دست می‌آوریم و فوائد و محدودیت‌های این رابطه را تشریح می‌کنیم.

تقریب کلیدی در به دست آوردن معادله برنولی این است که اثرات لزجت در مقایسه با اثرات اینرسی، گرانش و فشار کوچک و قابل صرف‌نظر است. چون همه سیال‌ها دارای لزجت هستند (چیزی به عنوان یک "سیال غیر لزج" وجود ندارد)، این تقریب برای تمام نواحی میدان جریان نمی‌تواند معتبر باشد. به عبارت دیگر، هر قدر هم که لزجت سیال کوچک باشد، معادله برنولی را برای همه نقاط جریان نمی‌توان اعمال کرد. به هر حال در برخی نواحی جریان‌های عملی اعمال این تقریب معقول است. این نواحی را نواحی غیر لزج جریان می‌نامیم و البته لازم به تأکید است که این نواحی، ناحیه‌هایی نیستند که خود سیال غیر لزج یا بدون اصطکاک باشد، بلکه در آنها نیروهای لزجت یا اصطکاکی در مقایسه با سایر نیروهای وارد بر ذرات سیال کوچک و قابل صرف‌نظر هستند.



شکل ۵-۲۱ معادله برنولی یک معادله تقریبی است که فقط در نواحی غیرلزج که نیروهای لزجت در مقایسه با نیروهای فشاری یا اینرسی و گرانش قابل صرف‌نظر هستند اعتبار دارد، چنین ناحیه‌هایی در خارج از لایه‌های مرزی و دنباله‌ها اتفاق می‌افتند.

چون این یک معادله تقریبی است که تنها در نواحی غیر لزج به‌کار می‌رود، در هنگام اعمال معادله برنولی باید دقت کافی به‌کار برد. در کلیت، همیشه اثرات اصطکاکی در نواحی نزدیک به دیوارهای جامد (لایه مرزی) و جریان پایین دست اجسام (دنباله‌ها) مهم هستند. بنابراین، تقریب برنولی عموماً در نواحی جریان خارج لایه‌های مرزی و دنباله‌ها، که حرکت سیال، ترکیبی از اثرات نیروهای فشاری و گرانشی است مفید می‌باشد.

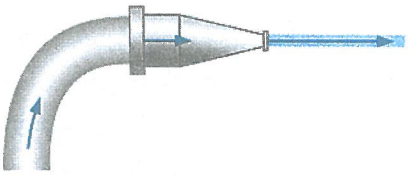
حرکت یک ذره و مسیر آن توسط بردار سرعت به صورت تابعی از زمان و مختصات فضایی و مکان اولیه ذره تشریح می‌شود. هنگامی‌که جریان دائم است (در یک مکان مشخص هیچ تغییری با زمان وجود ندارد) همهٔ ذرات عبوری از یک نقطه یکسان، مسیر یکسانی را دنبال می‌کنند (که خطوط جریان می‌باشد) و بردارهای سرعت در هر نقطه مماس بر مسیر هستند.

شتاب ذره سیال

اغلب راحت‌تر است که حرکت یک ذره را برحسب فاصله آن در امتداد یک خط جریان s به همراه با شعاع انحنای آن خط جریان ذکر کنیم. سرعت ذره که توسط رابطه $V = ds/dt$ به فاصله مرتبط می‌شود، ممکن است در امتداد خط جریان تغییر کند. در جریان دو بعدی، شتاب را به دو مؤلفه می‌توان تجزیه کرد. شتاب خط جریانی a_s در راستای خط جریان و شتاب عمودی a_n در جهت عمود بر خط جریان که به صورت $a_n = V^2/R$ داده می‌شود. گفتنی است که شتاب در راستای خط جریان با تغییر سرعت در امتداد خط جریان مرتبط بوده و شتاب عمودی هم با تغییر آن در جهت عمودی ارتباط دارد. برای ذراتی که در امتداد مسیر مستقیم حرکت می‌کنند، چون شعاع انحنا بی‌نهایت بوده و جهت آن تغییر نمی‌کند، $a_n=0$ است. معادله برنولی از موازنه نیرو در امتداد خط جریان به دست می‌آید.

یک نفر ممکن است فکر کند که چون شتاب برابر نرخ تغییر سرعت با زمان است و در جریان دائم هیچ تغییری با زمان وجود ندارد، در این جریان شتاب صفر است. عملکرد یک نازل آبپاش باغبانی به ما می‌گوید که این فکر صحیح نیست. حتی در جریان دائم با دبی جرمی‌ثابت، آب در هنگام عبور از نازل شتاب می‌گیرد (شکل ۵-۲۲ همان گونه که در فصل ۴ بحث شد). دائم به معنای عدم تغییر با زمان در یک مکان مشخص است، اما مقدار یک کمیت ممکن است از یک مکان تا مکان دیگر تغییر کند. در یک نازل، سرعت آب در یک مکان مشخص ثابت است، اما مقدار آن از ورودی تا خروجی نازل تغییر می‌کند (آب در امتداد نازل شتاب می‌گیرد).

از نقطه نظر ریاضی این موضوع را به صورت زیر می‌توان بیان کرد که سرعت ذره سیال V را به صورت تابعی از s و t در نظر می‌گیریم. با گرفتن مشتق کامل از $V(s,t)$ و تقسیم هر دو طرف بر dt داریم:



شکل ۵-۲۲ در جریان دائم در یک نقطه ثابت، یک سیال ممکن است نسبت زمان شتاب نگیرد، اما ممکن است در فضا شتاب بگیرد.

$$dV = \frac{\partial V}{\partial s} ds + \frac{\partial V}{\partial t} dt \quad \text{و} \quad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s}\frac{ds}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \qquad (۳۳-۵)$$

در جریان دائم $\partial V / \partial t = ۰$ و بنابراین $V = V(s)$ است و شتاب در جهت s به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s}\frac{ds}{dt} = \frac{\partial V}{\partial s} V = V\frac{dV}{ds} \qquad (۳۴-۵)$$

که اگر ذره سیالی را که در امتداد یک خط جریان حرکت می‌کند دنبال کنیم $V = ds / dt$ است. بنابراین، در جریان دائم، شتاب ناشی از تغییر سرعت با مکان می‌باشد.

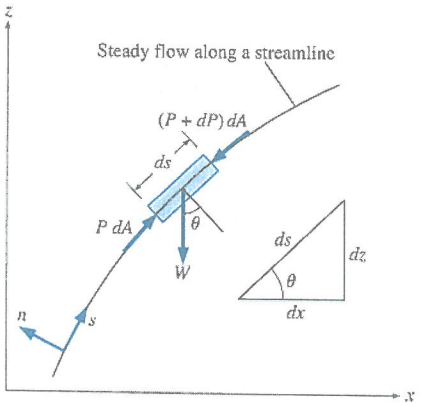
استخراج معادله برنولی

حرکت یک ذره سیال در یک میدان جریان دائم را که با جزئیات در فصل ۴ تشریح شد در نظر بگیرید. با اعمال قانون دوم نیوتن (که در مکانیک سیالات آن را رابطه بقای مومنتوم خطی می‌نامند) در جهت s برای هر ذره سیال متحرک روی خط جریان داریم:

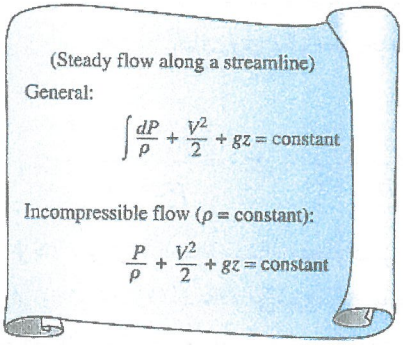
$$\sum F_s = ma_s \qquad (۳۵-۵)$$

در نواحی از جریان که نیروهای خالص اصطکاکی قابل صرف‌نظر هستند، نیروهای مهم عمل‌کننده در جهت s، فشار (وارد در هر دو طرف) و مؤلفه نیروی وزن سیال در جهت s می‌باشند (شکل ۵-۲۳). بنابراین معادله ۵-۳۵ به صورت زیر در می‌آید:

$$P\,dA - (P + dP)dA - W\sin\theta = mV\frac{dV}{ds} \qquad (۳۶-۵)$$



شکل ۵-۲۳ نیروهای وارد به یک ذره سیال در امتداد یک خط جریان.



شکل ۵-۲۴ معادله برنولی با فرض جریان تراکم‌ناپذیر به دست آمده است و بنابراین نباید برای جریان‌های با اثرات تراکم‌پذیری قابل توجه مورد استفاده قرار گیرد.

که θ زاویه میان امتداد عمود بر خط جریان و محور عمودی z در آن نقطه، $m = \rho \forall = \rho\, dA ds$ جرم و $W = mg = \rho g\, dA ds$ وزن ذره سیال و $\sin\theta = dz/ds$ می‌باشد. با جایگزینی داریم:

$$-dP\, dA - \rho g\, dA\, ds \frac{dz}{ds} = \rho\, dA\, ds\, V \frac{dV}{ds} \qquad (۳۷-۵)$$

با حذف dA از جملات و ساده‌سازی آن داریم:

$$-dP - \rho g\, dz = \rho V\, dV \qquad (۳۸-۵)$$

توجه کنید که $V\, dV = ۱/۲ d(V^۲)$ می‌باشد و با تقسیم هر یک از جملات بر ρ خواهیم داشت:

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{۱}{۲} d(V^۲) + g\, dz = ۰ \qquad (۳۹-۵)$$

و با انتگرال‌گیری (شکل ۵-۲۴)،

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت} \quad \text{(در امتداد خط جریان)} \qquad (۴۰-۵)$$

چون در جمله آخر دیفرانسیل‌ها دقیق هستند، در حالتی که جریان تراکم‌ناپذیر است، جمله اول نیز دیفرانسیل دقیق می‌شود و با انتگرال از آن خواهیم داشت:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت} \quad \text{(در امتداد خط جریان)} \qquad (۴۱-۵)$$

که این معادله همان معادله مشهور برنولی است که عموماً در مکانیک سیالات برای جریان تراکم‌ناپذیر، دائم در امتداد یک خط جریان و در نواحی غیر لزج استفاده می‌شود. مقدار ثابت را در هر نقطه از خط جریان که فشار، چگالی، سرعت و ارتفاع مشخص باشد می‌توان محاسبه کرد. هم‌چنین معادله برنولی را بین هر دو نقطه روی یک خط جریان به صورت زیر می‌توان نوشت:

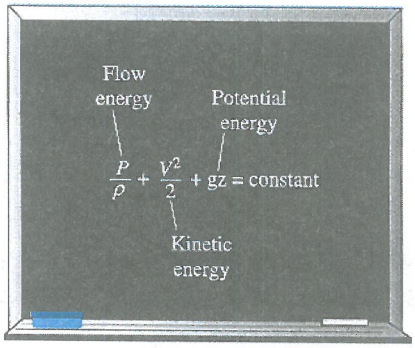
$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \qquad (۴۲-۵)$$

معادله برنولی از بقای مومنتوم برای یک ذره سیال متحرک در امتداد یک خط جریان به‌دست آمد. همان‌طور که در بخش۵-۷ نشان داده می‌شود، این معادله را با اعمال قانون اول ترمودینامیک به یک سیستم جریان- دائم نیز می‌توان به دست آورد.

معادله برنولی برای اولین بار در سال ۱۷۳۸ در نوشته‌های ریاضی‌دان سوئیسی (دانیل برنولی (۱۷۸۲-۱۷۰۰) زمانی که وی در سن پترزبورگ روسیه کار می‌کرد)، ظاهر شد، سپس در سال ۱۷۵۵ همکار او لئونارد اویلر آن را به شکل معادله‌ای استخراج کرد. می‌دانیم که $V^2/2$ انرژی جنبشی، gz انرژی پتانسیل و P/ρ انرژی جریان می‌باشند که همگی بر واحد جرم هستند. بنابراین، معادله برنولی را به صورت موازنه انرژی مکانیکی می‌توان تلقی کرد و آن را به صورت زیر بیان نمود (شکل ۵-۲۵):

مجموع انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و جریان یک ذره سیال در امتداد یک خط جریان در یک جریان دائم هنگامی‌که اثرات تراکم‌پذیری و اصطکاکی قابل صرف‌نظر باشند، ثابت هستند.

همان‌طور که در بخش ۵-۳ بحث شد، انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و جریان شکل‌های مکانیکی انرژی هستند، معادله برنولی را می‌توان اصل بقای انرژی مکانیکی، تلقی کرد. این رابطه معادل اصل کلی بقای انرژی برای سیستم‌هایی است که شامل تبدیل انرژی‌های مکانیکی و گرمایی به یکدیگر نمی‌باشند و بنابراین انرژی مکانیکی و گرمایی به طور مجزا حفظ شده و ثابت می‌مانند. معادله برنولی بیان کننده این است که در جریان تراکم‌ناپذیر، دائم و با اصطکاک



شکل ۵-۲۵ معادله برنولی بیان می‌کند که مجموع انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و انرژی جریان یک ذره سیال در امتداد یک خط جریان در جریان دائم ثابت است.

ناچیز شکل‌های مختلف انرژی مکانیکی به یکدیگر تبدیل می‌شوند، اما مجموع آنها ثابت می‌مانند، به عبارت دیگر، چون اصطکاکی که باعث تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی گرمایی محسوس (داخلی) شود وجود ندارد، در طی چنین جریان‌هایی، اتلاف انرژی مکانیکی هم وجود ندارد.

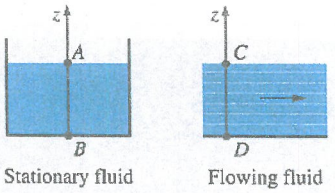
یادآوری می‌شود که هنگامی‌که به یک سیستم در طی یک فاصله مشخص نیرویی اعمال شود، انرژی به صورت کار به سیستم منتقل می‌شود. در پرتو قانون دوم نیوتن، معادله برنولی را به صورت زیر می‌توان بیان کرد: کار انجام شده توسط نیروهای فشاری و گرانشی بر روی هر ذره سیال با افزایش انرژی جنبشی سیال برابر است.

با وجود تقریب‌های بسیار محدود کننده‌ای که در استخراج معادله برنولی وجود دارند، با این حال چون این معادله قادر به برآورد نسبتاً دقیق میدان‌های جریان بسیاری است که در عمل به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. این بدان علت است که اکثر جریان‌های عملی مهندسی از نوع دائم هستند (یا حداقل دائم در معنی)، اثرات تراکم‌پذیری نسبتاً کوچک بوده و نیروهای اصطکاکی در نواحی مورد نظر جریان قابل صرف‌نظر می‌باشند.

موازنه نیرو در عرض خطوط جریان

در جریان دائم و تراکم‌ناپذیر موازنهٔ نیروها در راستای عمود بر خطوط جریان (n) به صورت زیر در می‌آید که اثبات آن را بر عهده خوانندگان می‌گذاریم:

$$\frac{P}{\rho} + \int \frac{V_\theta}{R}\, dn + gz = \text{ثابت} \qquad (۴۳-۵)$$



شکل ۵-۲۶ تغییر فشار با ارتفاع در جریان تراکم‌ناپذیر، دائم در امتداد یک خط مستقیم مشابه با سیال ساکن است (اما این حالت برای یک جریان خمیده برقرار نیست.)

برای جریان در امتداد یک خط مستقیم، $R \to \infty$ و بنابراین رابطه (معادله ۵-۴۴) به صورت ثابت $= P/\rho + gz$، یا ثابت $+ \rho gz = -P$، در می‌آید که بیانی از تغییر فشار هیدرواستاتیک بر حسب ارتفاع در یک محفظه با سیال ساکن است. بنابراین، تغییر فشار با ارتفاع در جریان تراکم‌ناپذیر و دائم در امتداد یک خط مستقیم مشابه با تغییر فشار در یک سیال ساکن است (شکل ۵-۲۶).

جریان تراکم‌پذیر، غیردائم

به طریق مشابه با استفاده از هر دو بخش موجود در عبارت شتاب (معادله ۵-۳۳) معادله برنولی برای جریان تراکم‌پذیر و غیردائم به صورت زیر در می‌آید:

$$\int \frac{dp}{\rho} + \int \frac{\partial V}{\partial t} ds + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت} \qquad (۴۴-۵)$$

فشارهای استاتیک، دینامیک و سکون

معادله برنولی بیان می‌کند که مجموع انرژی‌های جریان، جنبشی و پتانسیل هر ذره سیال در امتداد یک خط جریان ثابت هستند. بنابراین، در طی جریان، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل سیال می‌توانند به انرژی جریان تبدیل شوند (و بر عکس) و باعث تغییر فشار شوند. این پدیده را با ضرب معادله برنولی در چگالی ρ می‌توان واضح‌تر نشان داد،

$$P + \rho \frac{V^2}{2} + \rho gz = \text{ثابت} \qquad (۴۵-۵)$$

هر جمله این معادله دارای واحد فشار بوده و بنابراین هر یک از جملات نشان دهنده نوعی از فشار هستند.

- P فشار استاتیک است (این فشار شامل هیچ‌گونه از اثرات دینامیک نیست)، که نشان‌دهنده فشار ترمودینامیکی واقعی سیال است. این فشار شبیه فشار مورد استفاده در ترمودینامیک و جداول خواص است.
- $\rho V^2/2$ فشار دینامیکی است، این جمله هنگامی‌که حرکت سیال به صورت ایزنتروپیک به سکون می‌رسد، نشان دهنده افزایش فشار است.
- ρgz فشار هیدرواستاتیک است، که چون مقدار آن به دستگاه مختصات انتخاب شده بستگی دارد در یک مفهوم واقعی فشار نمی‌باشد و برای در نظر گرفتن اثرات ارتفاع، یعنی، تأثیر وزن سیال روی فشار به‌کار می‌رود.

مجموع فشارهای استاتیک، دینامیک و هیدرواستاتیک فشار کل نامیده می‌شود. بنابراین، معادله برنولی بیان کننده این است که فشار کل در امتداد یک خط جریان ثابت است.

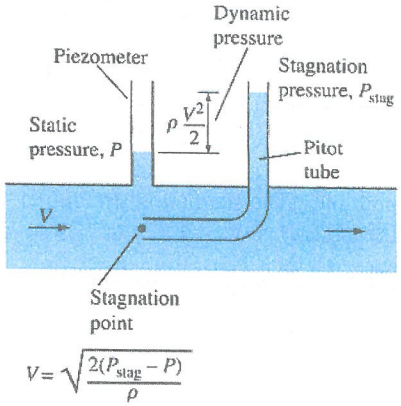
مجموع فشارهای دینامیک و استاتیک فشار سکون نامیده می‌شود و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{stag} = P + \rho\frac{V^2}{2} \quad (kPa) \qquad (۴۶-۵)$$

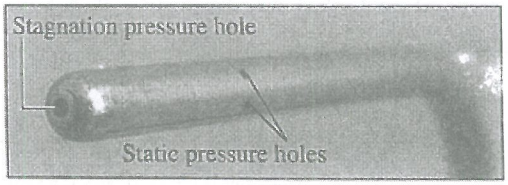
فشار سکون، نشان دهنده فشار در نقطه‌ای است که در آن سیال به صورت ایزنتروپیک به سکون کامل رسیده است. فشارهای استاتیک، دینامیک و سکون در شکل ۵-۲۷ نشان داده شده‌اند، هنگامی‌که فشارهای استاتیک و سکون در یک مکان مشخص اندازه‌گیری شوند، سرعت سیال در آن نقطه را از رابطه زیر می‌توان محاسبه کرد:

$$V = \sqrt{\frac{2(P_{stag} - P)}{\rho}} \qquad (۴۷-۵)$$

همان‌طور که در شکل ۵-۲۷ نشان داده شده است هنگامی‌که از ترکیب فشارسنج استاتیک و یک



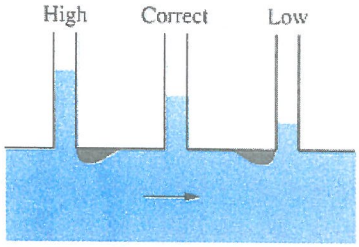
شکل ۵-۲۷ فشارهای استاتیک، دینامیک و سکون.



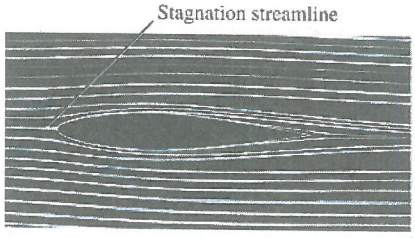
شکل ۵–۲۸ تصویر یک لوله پیتوت ـ استاتیک که در آن سوراخ فشار سکون و دو سوراخ از پنج سوراخ از پنج سوراخ فشارهای محیطی استاتیکی نشان داده شده‌اند.

لوله پیتوت استفاده شود، معادله ۵–۴۷ معادله مفیدی برای اندازه‌گیری سرعت سیال خواهد بود. سوراخ اندازه‌گیر فشار استاتیک، سوراخ کوچکی است که در دیواره یک کانال ایجاد می‌شود و صفحه سوراخ با جهت جریان موازی است. این سوراخ فشار استاتیک را اندازه می‌گیرد. لوله پیتوت، لوله کوچکی است که انتهای باز آن در داخل جریان قرار می‌گیرد و قادر به اندازگیری فشار ناشی از برخورد سیال به لوله است. این لوله فشار سکون را اندازه می‌گیرد. در مکان‌هایی که فشار استاتیک و سکون یک مایع در حال جریان بزرگ‌تر از فشار اتمسفر باشند، یک لوله شفاف عمودی که لوله پیزومتر نامیده می‌شود (یا به اختصار پیزومتر) همانطور که در شکل ۵–۲۷ نشان داده است به سوراخ فشار استاتیک و یا لوله پیتوت متصل می‌شود. در لوله پیزومتر مایع تا ارتفاع مشخصی (هد) بالا می‌رود که با فشار اندازه‌گیری شده متناسب می‌باشد. اگر فشار کمتر از فشار اتمسفر باشد، یا اندازه‌گیری فشار برای گازها باشد لوله‌های پزومتر کار نمی‌کنند. با این وجود هنوز هم از اندازه‌گیری فشار استاتیک و لوله پیتوت می‌توان استفاده کرد، اما آنها را باید به ابزارهای دیگر اندازه‌گیری فشار از قبیل لوله U شکل یا مبدل فشار متصل کرد (فصل ۳). بعضی اوقات متداول است که روی یک لوله پیتوت سوراخ‌های فشار استاتیک را ایجاد می‌کنند. نتیجه حاصل همان‌گونه که در شکل ۵–۲۸ نشان داده شده است یک لوله پیتوت – استاتیک می‌باشد که در مورد جزئیات بیشتر آن در فصل ۸ بحث خواهد شد. یک لوله پیتوت – استاتیک که به یک مبدل فشار یا یک مانومتر وصل شده، فشار دینامیک (و بنابراین سرعت سیال) را مستقیماً اندازه می‌گیرد.

هنگامی‌که با ایجاد یک سوراخ در بدنه یک لوله، فشار استاتیک اندازه‌گیری شود، باید از هم سطح بودن قسمت باز سوراخ با سطح دیوار و نبود هرگونه برآمدگی قبل یا بعد از سوراخ مطمئن شد (شکل ۵–۲۹). به عبارت دیگر، نتایج خوانده شده در بر گیرنده بعضی از اثرات دینامیکی هستند و با خطا همراه خواهند بود.



شکل ۵-۲۹ سوراخ‌کاری اشتباه سوراخ فشار استاتیک ممکن است منجر به خواندن اشتباه فشار استاتیک شود.



شکل ۵-۳۰ خطوط اثر ایجاد شده بر اثر سیال رنگین تزریق شده در بالادست یک ایرفویل. چون جریان دائم است، خطوط اثر مشابه با خطوط جریان و خطوط مسیر مشابه هستند. خط جریان سکون مشخص شده است.

هنگامی‌که یک جسم ساکن در یک جریان غوطه ور شود، سیال در دماغهٔ جسم به سکون می‌رسد (نقطه سکون). خط جریانی که از فاصله دور، از بالا دست به نقطه سکون رسیده است خط جریان سکون نامیده می‌شود (شکل ۵-۳۰). در جریان دو بعدی در صفحهٔ xy نقطه سکون عملاً خطی موازی با محور z است و خط جریان سکون هم عملاً صفحه‌ای است که سیال متحرک روی جسم را از سیال متحرک زیر جسم جدا می‌کند. در یک جریان تراکم‌ناپذیر، سرعت سیال به صورت تقریباً ایزنتروپیک از مقدار مربوط به جریان آزاد تا مقدار صفر در نقطه سکون کاهش می‌یابد و بنابراین فشار اندازه‌گیری شده در نقطه سکون، فشار سکون است.

محدودیت‌های استفاده از معادله برنولی

معادله برنولی (معادله ۵-۴۱) یکی از روابطی است که به صورت بسیار گسترده در مکانیک سیالات به طور صحیح یا غیر صحیح مورد استفاده قرار می‌گیرد. تطبیق پذیری، سادگی و آسانی استفاده از آن، این معادله را به ابزاری ارزشمند برای استفاده در تحلیل‌ها تبدیل می‌کند،

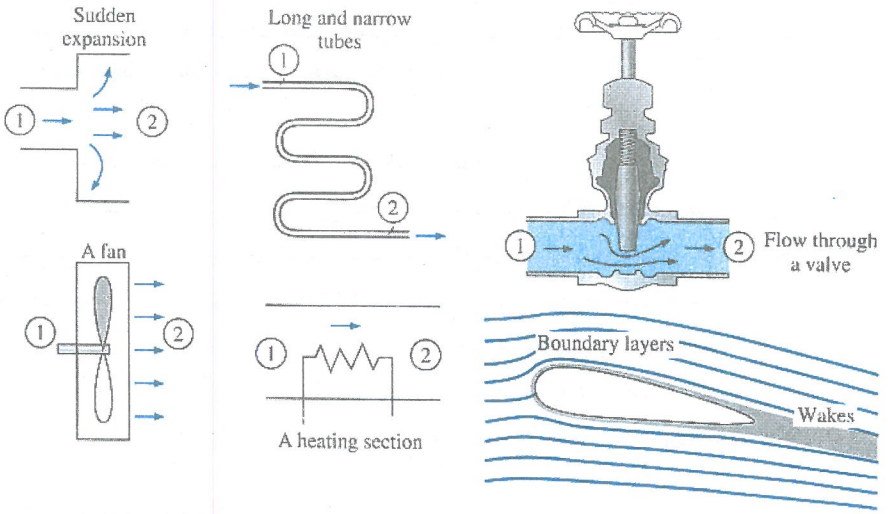
اما همین امر باعث استفاده غیر صحیح از این رابطه می‌شود. بنابراین، فهم قیود محدود کننده به‌کارگیری آن و مشاهده محدودیت‌های استفاده از آن، مهم می‌باشد. این محدودیت‌ها در زیر آمده‌اند:

۱- جریان دائم

محدودیت اول معادله برنولی این است که این معادله در جریان دائم قابل استفاده است، بنابراین نباید در طی دوره‌های زمانی شروع و پایان یا در طی دوره‌های تغییر در شرایط جریان مورد استفاده قرار گیرد. گفتنی است که شکل غیر دائمی از این معادله (معادله ۵-۴۴) وجود دارد که بحث در مورد آن خارج از حوزه کتاب حاضر می‌باشد (پانتون، ۱۹۹۶ را ببینید).

۲- جریان بدون اصطکاک

در هر جریانی مقداری اصطکاک وجود دارد. بسته به این که این اصطکاک کم یا زیاد باشد می‌توان از آن صرف‌نظر کرد و یا آن را لحاظ کرد. این که چه میزان خطا قابل قبول باشد شرایط را پیچیده‌تر می‌کند. در حالت کلی، اثرات اصطکاکی برای طول‌های کوچک جریان با سطح مقطع‌های بزرگ و خصوصاً در سرعت‌های پایین، قابل صرف‌نظر



شکل ۵-۳۱ اثرات اصطکاک و اجزایی که ساختار خط جریانی جریان در یک مقطع جریان را برهم می‌زنند معادله برنولی را بی‌اعتبار می‌سازند.

است. اثرات اصطکاکی معمولاً در معابر باریک و طویل، جریان در ناحیه دنباله ایجاد شده در پایین دست یک جسم و در مقاطع با جریان‌های واگرا مانند دیفیوزرها که ناشی از افزایش جدایش جریان در دیواره‌های چنین هندسه‌هایی است چشمگیر می‌باشند. هم‌چنین اثرات اصطکاکی در نزدیکی سطوح جامد قابل توجه بوده و بنابراین معادله برنولی معمولاً در امتداد خط جریانی که در ناحیهٔ هسته مرکزی قرار دارد، قابل استفاده بوده و برای خطوط جریان نزدیک سطوح جامد به کار نمی‌رود (شکل ۵-۳۱).

هر جزئی که ساختار خطوط جریان را بر هم زند، مانند لبه تیز ورودی در یک لوله و یا تیغهٔ یک شیر نیمه باز که سبب ایجاد اختلاط قابل توجه و جریان‌های برگشتی شود، باعث عدم کارایی معادله برنولی می‌شود.

۳- عدم وجود کار محوری

معادله برنولی از موازنه نیروهای وارد بر یک ذره متحرک که در امتداد یک خط جریان حرکت می‌کند به دست می‌آید. بنابراین معادله برنولی در مقاطعی از جریان که شامل پمپ، توربین، دمنده و یا هر ماشین دیگر و یا یک پروانه بوده که ساختار خطوط جریان را از بین برده و سبب مبادله انرژی با ذرات سیال شوند کاربرد ندارد. هر گاه در جریان یکی از این وسایل موجود باشد برای در نظر گرفتن کار محوری ورودی یا خروجی از معادله انرژی به جای معادله برنولی باید استفاده کرد. به هر حال هنوز هم از معادله برنولی برای مقاطع قبل یا بعد آن ماشین می‌توان استفاده کرد (البته با فرض این‌که، محدودیت‌های دیگر مورد استفاده در نظر گرفته شده باشند). در چنین حالاتی، ثابت برنولی از بالا دست دستگاه مورد نظر به پایین دست آن تغییر می‌کند.

۴- جریان تراکم‌ناپذیر

یکی از فرضیات مورد استفاده در استخراج معادله برنولی این است که (ثابت = ρ) و بنابراین جریان تراکم‌ناپذیر باشد. این شرط توسط مایعات و هم‌چنین گازهایی که عدد ماخ آنها کمتر از ۰٫۳ است ارضا می‌شود که علت آن این است که اثرات تراکم‌پذیری و هم‌چنین تغییرات چگالی گازها در چنین سرعت‌های نسبتاً پایینی قابل صرف‌نظر است. گفتنی است که شکل تراکم‌پذیر معادله برنولی هم وجود دارد (معادلات ۵-۴۰ و ۵-۴۴).

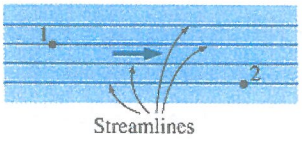
۵- عدم انتقال حرارت

چگالی هر گازی با عکس دما تغییر می‌کند. بنابراین از معادله برنولی در مواردی که دارای سرمایش و گرمایش بوده و باعث تغییرات شدید دمایی می‌شوند، نباید استفاده کرد.

۶- جریان در امتداد خط جریان

با صراحت باید گفت که معادله برنولی $P/\rho + V^2/2 + gz = C$ در امتداد یک خط جریان به‌کار می‌رود و مقدار ثابت C در حالت کلی، برای خط جریان‌های مختلف متفاوت است. اما هنگامی‌که جریان غیر چرخشی است، هیچ گردابی در میدان جریان وجود ندارد. مقدار ثابت C برای تمام خطوط جریان یکسان بوده و بنابراین معادله برنولی در عرض خطوط جریان هم قابل اعمال است (شکل ۵-۳۲). پس، هنگامی‌که جریان غیر چرخشی است دیگر کاری به خطوط جریان نداریم و معادله برنولی را بین هر دو نقطه جریان می‌توانیم اعمال کنیم (فصل ۱۰).

برای سادگی معادله برنولی را برای جریان دو بعدی در صفحه xz به دست آوردیم، اما این معادله برای جریان‌های سه بعدی کلی نیز معتبر بوده و آن را در امتداد خط جریان می‌توان اعمال کرد. ما همواره باید فرضیات مورد استفاده در استخراج معادله برنولی را مدنظر قرار داده و مطمئن شویم که آنها را نادیده نگرفته‌ایم.



$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

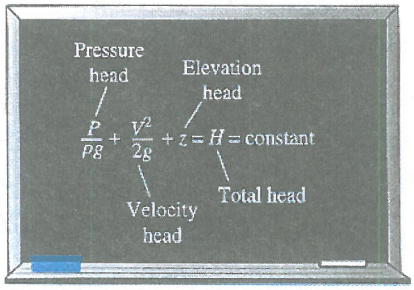
شکل ۵-۳۲ هنگامی که جریان غیرچرخشی است، معادله برنولی بین هر دو نقطه در جریان قابل استفاده است (نه فقط روی خط جریان یکسان).

خط درجه هیدرولیکی (HGL) و خط درجه انرژی (EGL)

اغلب معمول است که جهت تسهیل مشاهده جمله‌های مختلف معادله برنولی سطح انرژی مکانیکی را با استفاده از ارتفاع‌هایی به صورت تصویر نشان دهیم. برای انجام این کار هر یک از جملات معادله برنولی را بر g تقسیم می‌کنیم،

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = H = \text{ثابت (در امتداد خط جریان)} \qquad (۵-۴۸)$$

که هر جز این معادله دارای بعد طول بوده و نشان‌دهنده نوعی از هد جریان سیال به صورت زیر است:



شکل ۵-۳۳ شکل دیگری از معادله برنولی که برحسب جملات هد بیان شده است: مجموع هدهای فشار، سرعت و ارتفاع در امتداد یک خط جریان ثابت هستند.

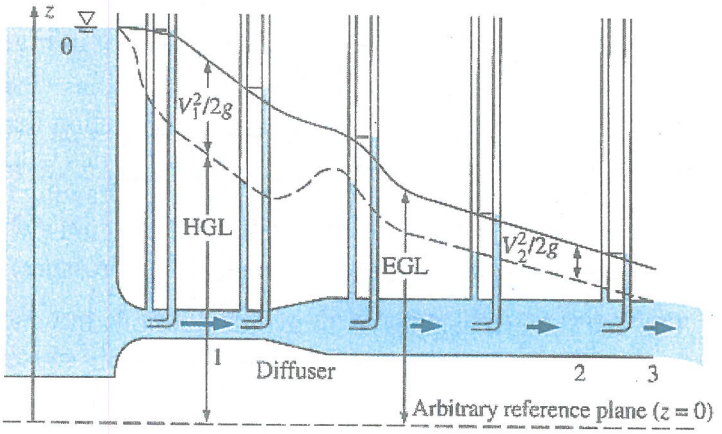
- $P/\rho g$ هد فشار است که نشان‌دهنده ارتفاع ستون سیالی است که فشار استاتیک را ایجاد می‌کند.
- $V^2/2g$ هد سرعت است که نشان‌دهنده ارتفاع مورد نیاز برای رسیدن به سرعت V در طی یک سقوط آزاد بدون اصطکاک است.
- z هد ارتفاع است و نشان دهنده انرژی پتانسیل سیال می‌باشد.

هم‌چنین H هد کل جریان است. بنابراین معادله برنولی را بر حسب هدها به صورت زیر می‌توان بیان کرد: مجموع هدهای فشار، سرعت و ارتفاع در امتداد یک خط جریان در یک جریان دائم در حالی که اثرات تراکم‌پذیری و اصطکاکی ناچیز هستند، ثابت می‌ماند (مطابق شکل ۵-۳۳).

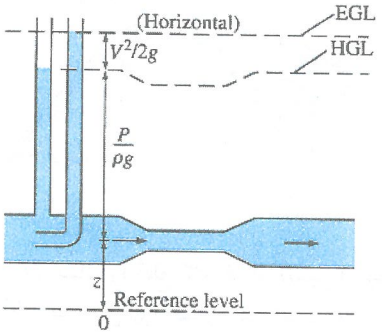
اگر یک پیزومتر (فشار استاتیک را اندازه می‌گیرد) در لوله‌ای قرار گیرد، (شکل ۵-۳۴) مایع تا ارتفاع $P/\rho g$ لوله بالا خواهد رفت. خطوط درجه هیدرولیکی (HGL) با تکرار این کار در چندین نقطه مختلف لوله و رسم خط عبوری از نقاط مربوط به سطح مایع در پیزومترها حاصل می‌شوند. فاصله عمودی بالای خط مرکزی لوله، معیاری از فشار درون لوله است. به همین ترتیب اگر یک لوله پیتوت (فشار استاتیک + دینامیک را اندازه می‌گیرد) درون یک لوله قرار داده شود، مایع تا ارتفاع $P/\rho g + V^2/2g$ بالاتر از خط مرکزی لوله و یا به اندازه $V^2/2g$ بالاتر از خط HGL صعود خواهد کرد. با انجام این کار در چندین نقطه مختلف در امتداد لوله و رسم خط عبوری از سطوح مایع در لوله پیتوت خط درجه انرژی (EGL) حاصل می‌شود. با توجه به این‌که سیال دارای هد ارتفاع z نیز است، مگر این که سطح مرجع خط مرکزی لوله در نظر گرفته شود، HGL و EGL را به صورت زیر می‌توان تعریف کرد: خطی که نشان دهنده مجموع هدهای فشار استاتیک و ارتفاع باشد،

$p/\rho g + z$، خط درجه هیدرولیکی نامیده می‌شود. خطی که نشان‌دهنده هد کلی سیال، $P/\rho g + V^2/2g + z$ است خط درجه انرژی نامیده می‌شود. اختلاف میان ارتفاع‌های EGL و HGL با هد دینامیک، $V^2/2g$ برابر است. در مورد HGL و EGL باید به نکات زیر توجه کرد:

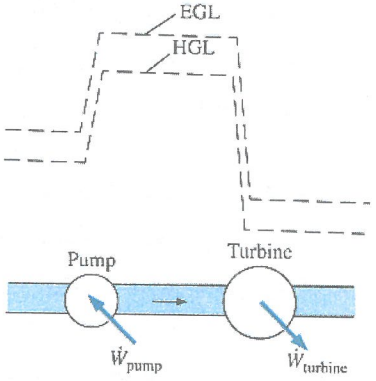
- برای اجسام ساکن از قبیل منابع یا دریاچه‌ها، EGL و HGL در سطح آزاد مایع بر همدیگر منطبق هستند. چون سرعت و فشار استاتیک (نسبی) صفر است ارتفاع سطح آزاد z در چنین حالاتی هم EGL و هم HGL را نشان می‌دهد.
- خط EGL همیشه به اندازهٔ $V^2/2g$ بالاتر از HGL است. هنگامی‌که سرعت شروع به کاهش می‌کند، این دو خط به یکدیگر نزدیک می‌شوند و هنگامی‌که سرعت افزایش می‌یابد این دوخط از هم دور می‌شوند. هنگامی‌که سرعت افزایش می‌یابد، ارتفاع HGL کاهش می‌یابد و بالعکس.
- در یک جریان ایده‌آل برنولی گونه، EGL افقی است و ارتفاع آن ثابت می‌ماند. هنگامی‌که سرعت جریان نیز ثابت باشد، HGL نیز افقی خواهد بود (شکل ۵-۳۵).
- برای جریان در کانال باز، HGL بر سطح آزاد منطبق بوده و EGL به اندازهٔ $V^2/2g$ بالاتر از سطح آزاد می‌باشد.
- در خروجی یک لوله، هد فشار صفر است (فشار اتمسفر) و بنابراین HGL بر خروجی لوله منطبق است (نقطه ۳ روی شکل ۵-۳۴).



شکل ۵-۳۴ خط درجه هیدرولیکی (HGL) و خط درجه انرژی (EGL) برای تخلیه آزادانه از یک منبع در یک لوله افقی با یک دیفیوزر.

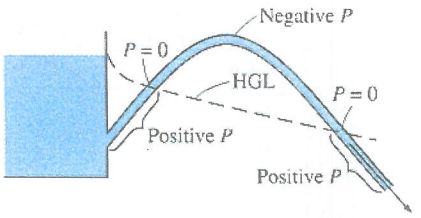


شکل ۵-۳۵ در یک جریان ایده‌آل، *EGL* افقی است و ارتفاع، آن ثابت می‌ماند. اما این مطلب برای *HGL* هنگامی که سرعت جریان در امتداد جریان تغییر می‌کند برقرار نیست.



شکل ۵-۳۶ هر جایی که انرژی مکانیکی توسط یک پمپ به سیال اضافه شود یک پرش شدید در *EGL* و *HGL* اتفاق می‌افتد و هر جایی که انرژی مکانیکی به وسیله یک توربین از سیال گرفته شود یک افت شدید اتفاق می‌افتد.

- افت انرژی مکانیکی به خاطر اثرات اصطکاکی (تبدیل به انرژی گرمایی) باعث می‌شود تا شیب *EGL* و *HGL* در جهت جریان به سمت پایین دست باشد. شیب معیاری از افت هد در لوله است (با جزئیات در فصل ۸ بحث می‌شود). اجزایی چون یک شیر که اثرات اصطکاکی قابل توجهی دارند، باعث افت ناگهانی *EGL* و *HGL* در آن نقطه می‌شوند.
- همان‌طور که در شکل ۵-۳۶ نشان داده شده است هنگامی‌که انرژی مکانیکی به سیالی داده می‌شود (برای مثال توسط یک پمپ) پرش شدیدی در *EGL* و *HGL* روی می‌دهد،



شکل ۵-۳۷ جایی که HGL سیال را قطع کند فشار (نسبی) سیال صفر است و در یک مقطع جریان که بالای HGL قرار می‌گیرد فشار منفی است (خلأ).

به همین ترتیب هنگامی‌که انرژی مکانیکی از یک سیال گرفته می‌شود (به طور مثال در یک توربین) افت شدیدی در EGL و HGL اتفاق می‌افتد.

- در مکان‌هایی که HGL با سیال برخورد می‌کند فشار (نسبی) سیال صفر است. فشار در مقطعی از جریان که بالای HGL قرار گرفته است منفی و در مقطعی که زیر HGL قرار دارد مثبت است (شکل ۵-۳۷). بنابراین ترسیم دقیق سیستم لوله‌کشی و HGL می‌تواند در تعیین ناحیه‌هایی که فشار در لوله منفی است مفید باشد (زیر فشار اتمسفر).

توجه به مطالب قبلی ما را قادر می‌سازند تا از مناطقی که در آنها فشار به زیر فشار بخار مایع افت می‌کنند اجتناب کنیم (همان‌طور که در فصل ۲ گفته شد، این امر باعث ایجاد کاویتاسیون می‌شود). لزوم توجه صحیح در محل نصب پمپ مایع خصوصاً در دماهای بالا که فشار بخار نسبت به دماهای پایین بیشتر است سبب می‌شود که فشار سمت مکش بیش از حد کم شود.

اینک شکل ۵-۳۴ را دقیق‌تر مورد توجه قرار می‌دهیم. در نقطه O (در سطح مایع) چون جریانی وجود ندارد EGL و HGL با سطح مایع یکی هستند. هنگامی‌که مایع در لوله شتاب می‌گیرد HGL به سرعت کاهش می‌یابد، با این وجود EGL در امتداد دهانهٔ ورودی گرد شده لوله به آهستگی کاهش می‌یابد. بر اثر اصطکاک و افت‌های بازگشت‌ناپذیر دیگر موجود در جریان، EGL در جهت جریان به صورت پیوسته کاهش می‌یابد. EGL در جهت جریان نمی‌تواند افزایش یابد مگر این‌که به سیال انرژی داده شود. HGL در جهت جریان می‌تواند بالا رفته یا پایین بیاید، اما از EGL نمی‌تواند تجاوز کند. چون در مقطع دیفیوزر سرعت کاهش می‌یابد، HGL افزایش یافته، و فشار استاتیک تا اندازه‌ای بهبود می‌یابد، اما فشار کل بهبود نمی‌یابد. با این وجود، EGL در طول دیفیوزر کاهش می‌یابد. در نقطه ۱ اختلاف بین EGL و HGL برابر $V_1^2/2g$ شده و در نقطه ۲ برابر $V_2^2/2g$ می‌باشد. چون $V_1 > V_2$ اختلاف میان دو خط درجه در نقطه ۱ بزرگ‌تر از نقطه ۲ می‌باشد. چون در مقطع با قطر

کوچک‌تر افت هد اصطکاکی بزرگ‌تر است، شیب پایین دست هر دو خط درجه بزرگ‌تر می‌باشد. سرانجام، چون فشار خروجی با فشار اتمسفر برابر است، خط HGL در آنجا تا سطح مایع نزول می‌کند. با این وجود، چون در خروجی $V_2 = V_3$ است، هنوز EGL به اندازهٔ $V_2^2/2g$ بیشتر از HGL می‌باشد.

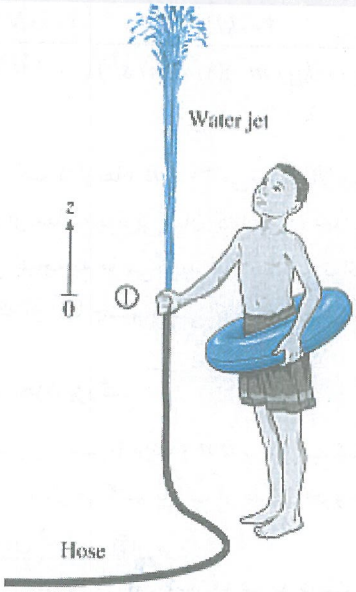
۵-۵ کاربردهای معادله برنولی

در بخش ۵-۴ دیدگاه‌های اساسی مربوط به معادله برنولی را بحث کردیم. در این بخش، در قالب تعدادی مثال استفاده از معادله برنولی را در محدوده وسیعی از مسائل تشریح می‌کنیم.

مثال ۵-۵ پاشش آب در هوا

آب از شلنگی که به یک منبع در فشار نسبی $400\,kPa$ متصل شده در حال جریان است (شکل ۵-۳۸). کودکی با قرار دادن انگشت شست خود بر شلنگ بخش عمده‌ای از آن را پوشانده و جت آبی با سرعت بالا ایجاد می‌کند. اگر شلنگ به سمت بالا نگاه داشته شود حداکثر ارتفاع آب خروجی از شلنگ را تعیین کنید.

حل: آب شلنگی که به منبعی متصل است به هوا پاشیده می‌شود. حداکثر ارتفاعی که جت آب می‌تواند بالا رود را به دست آورید.



شکل ۵-۳۸ شماتیک مثال ۵-۵.

فرضیات: ۱- جریان خروجی از لوله در هوا دائم، تراکم‌ناپذیر و غیر چرخشی است، بنابراین معادله برنولی قابل اعمال است. ۲- فشار آب خروجی از شلنگ با فشار منبع برابر است. ۳- اثرات کشش سطحی قابل صرف‌نظر است. ۴- اصطکاک بین آب و هوا قابل صرف‌نظر است. ۵- برگشت‌ناپذیری‌هایی که ناشی از انبساط ناگهانی در خروجی شلنگ است، قابل صرف‌نظر می‌باشند.

خواص: چگالی آب را $1000 kg/m^3$ در نظر می‌گیریم.

تحلیل: این مسأله شامل تبدیل انرژی‌های جریان، جنبشی و پتانسیل به یکدیگر بوده و پمپ، توربین و یا عضوی که دارای افت‌های اصطکاکی بزرگ باشد وجود ندارد. بنابراین شرایط برای استفاده از معادله برنولی مناسب می‌باشد. با این فرضیات، ارتفاع آب حداکثر مقدار را خواهد داشت. سرعت در داخل شلنگ نسبتاً ناچیز است ($V_1 \cong 0$) و خروجی شلنگ را به عنوان سطح مبنا در نظر می‌گیریم ($z_1=0$). در بالای مسیر آب $V_2=0$ و فشار، فشار اتمسفر است. بنابراین معادله برنولی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1 = \frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g}=\frac{P_{atm}}{\rho g}+z_2$$

با حل معادله برای z_2 و جایگذاری داریم:

$$z_2=\frac{P_1-P_{atm}}{\rho g}=\frac{P_{1,gage}}{\rho g}=\frac{400 kPa}{(1000 kg/m^3)(9.81 m/s^2)}\left(\frac{1000 N/m^2}{1 kPa}\right)\left(\frac{1 kg.m/s^2}{1 N}\right)$$

$$=40.8 m$$

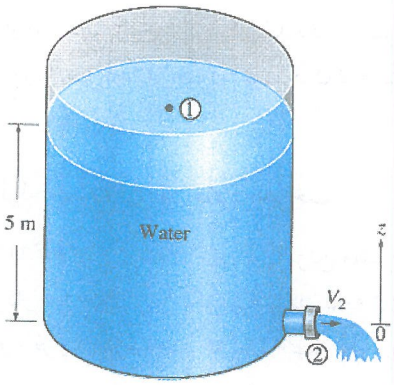
بنابراین در این حالت جت آب تا ارتفاع $40.8m$ می‌تواند بالا رود.

بحث: نتیجه به دست آمده از معادله برنولی بیان کننده یک حد بالا است و باید بر طبق آن تفسیر لازم انجام شود. این نتیجه به ما می‌گوید که آب نمی‌تواند بیش از $40.8m$ بالا رود و بر اثر بازگشت‌ناپذیری‌هایی که از آنها چشم پوشی کردیم ارتفاع آب کمتر از $40.8m$ خواهد بود.

مثال ۵-۶ تخلیه آب از یک مخزن بزرگ

مخزن بزرگی که به اتمسفر باز است تا ارتفاع $5m$ پر از آب شده است (شکل ۵-۳۹). حال سوراخ واقع در کف مخزن را باز می‌کنیم تا آب از طریق خروجی صاف و گرد آن جریان یابد. سرعت آب خروجی را تعیین کنید.

حل: سوراخ واقع در کف مخزن را باز می‌کنیم. هدف به دست آوردن سرعت آب خروجی از مخزن است.



شکل ۵-۳۹ شماتیک مثال ۵-۶.

فرضیات: ۱- جریان تراکم‌ناپذیر و غیر چرخشی است (به جز در نواحی نزدیک دیوار). ۲- آب آرام خارج می‌شود و در نتیجه جریان را به صورت دائم می‌توان تقریب زد (هنگام تخلیه مخزن جریان شبه دائم است).

تحلیل: این مسأله شامل تبدیل انرژی‌های جریان، جنبشی و پتانسیل به یکدیگر بوده و در آن پمپ، توربین و اجزاء با تلفات اصطکاکی زیاد وجود ندارد و بنابراین استفاده از معادله برنولی مناسب می‌باشد. نقطه ۱ را در سطح آزاد در نظر می‌گیریم، به صورتی که $P_1=P_{atm}$ (در معرض اتمسفر)، $V_1 \cong 0$ (اندازه مخزن نسبت به خروجی بزرگ است) و $z_1=5$ و $z_2=0$ (سطح مبنا را در مرکز لوله خروجی در نظر می‌گیریم). هم‌چنین $P_2=P_{atm}$ (آب به اتمسفر تخلیه می‌شود). پس معادله برنولی به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2 \;\rightarrow\; z_1=\frac{V_2^2}{2g}$$

و با حل معادله برای V_2 و جایگذاری آن داریم

$$V_2=\sqrt{2gz_1}=\sqrt{2(9/81\,m/s^2)(5m)}=9/9\,m/s$$

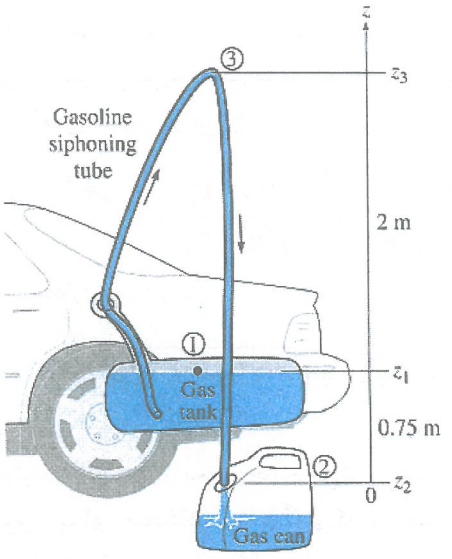
رابطه $V=\sqrt{2gz}$ رابطه توریچلی نامیده می‌شود.

بنابراین آب با سرعت اولیه $9/9\,m/s$ از مخزن خارج می‌شود. این سرعت برابر سرعت سنگی است که در غیاب نیروی پسای اصطکاکی هوا هنگامی‌که از فاصله $5m$ سقوط می‌کند به دست خواهد آورد. (اگر به جای این‌که سوراخ در کنار مخزن باشد آن را در کف مخزن ایجاد کنیم، مقدار سرعت چقدر خواهد بود؟)

بحث: اگر سوراخ به جای گرد بودن دارای لبهٔ تیز باشد، جریان آشفته شده و سرعت خصوصاً در نزدیکی لبه‌ها کمتر از $۹٫۹ m/s$ خواهد شد. باید دقت کرد که در مناطقی که انبساط‌ها یا انقباض‌های ناگهانی روی می‌دهند چون اصطکاک و اغتشاشات جریان قابل صرف‌نظر نیستند، معادله برنولی را نباید به‌کار برد.

مثال ۵-۷ خروج بنزین با یک لوله خمیده از یک مخزن سوخت

در حین یک سفر به ساحل دریا ($P_{atm}=۱atm=۱۰۱٫۳kPa$)، بنزین ماشین تمام می‌شود و لازم است که از ماشین یک فرد نیکوکار مقداری بنزین بگیریم (شکل ۵-۴۰). سیفون یک شلنگ با قطر کوچک است و برای شروع فرایند لازم است که یک انتهای آن در مخزن پر بنزین قرار گرفته و با مکیدن آن، شلنگ پر از بنزین می‌شود و سپس انتهای دیگر در یک قوطی بنزین قرار می‌گیرد که در زیر سطح مخزن بنزین واقع است. اختلاف فشار میان نقطه ۱ (در سطح آزاد بنزین در مخزن) و نقطه ۲ (در خروجی لوله) سبب می‌شود تا جریان مایع از ارتفاع بالاتر به ارتفاع پایین‌تر برقرار شود. در این حالت، نقطه ۲ در فاصله ۰٫۷۵ متر زیر نقطه ۱ قرار دارد و نقطه ۳ در $۲m$ بالاتر از نقطه ۱ قرار گرفته است. قطر سیفون $۴mm$ است و از افت‌های اصطکاکی در سیفون می‌توان صرف‌نظر کرد. (الف) حداقل زمان برای کشیدن $۴L$ بنزین از مخزن به داخل قوطی را حساب کنید و (ب) فشار در نقطه ۳ را به دست آورید. چگالی بنزین $۷۵۰ kg/m^۳$ است.



شکل ۵-۴۰ شماتیک مثال ۵-۷.

حل: بنزین از یک مخزن سیفون می‌شود. حداقل زمان برای گرفتن $4L$ بنزین و فشار در بالاترین نقطه در سیستم، باید محاسبه شوند.

فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- با وجود این‌که معادله برنولی به دلیل وجود افت‌های اصطکاکی در لوله صادق نیست با این حال از معادله برنولی به عنوان یک تخمین اولیه استفاده می‌کنیم. ۳- در طی زمان عمل سیفون کردن تغییر در سطح بنزین در داخل مخزن نسبت به ارتفاع‌های z_1 و z_2 ناچیز است.

خواص: چگالی بنزین $750\,kg/m^3$ در نظر گرفته شده است.

تحلیل: نقطه ۱ را سطح آزاد بنزین در مخزن در نظر می‌گیریم که در آنجا $P_1=P_{atm}$ (در معرض اتمسفر) و $V_1 \cong 0$ (مخزن نسبت به قطر لوله بزرگ است) می‌باشد و $z_2=0$ (نقطه ۲ به عنوان سطح مبنا انتخاب شده است). هم‌چنین، $P_2=P_{atm}$ (بنزین به اتمسفر تخلیه می‌شود). پس معادله برنولی به صورت زیر ساده می‌شود،

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2 \rightarrow z_1=\frac{V_2^2}{2g}$$

با حل معادله برای V_2 و جایگذاری داریم:

$$V_2=\sqrt{2gz_1}=\sqrt{2(9/81\,m/s^2)(0/75\,m)}=3/84\,m/s$$

سطح مقطع لوله و دبی جرمی بنزین به صورت زیر می‌باشند:

$$A=\pi D^2/4=\pi(5\times10^{-3}\,m)^2/4=1/96\times10^{-5}\,m^2$$

$$\dot{V}=V_2A=(3/84\,m/s)(1/96\times10^{-5}\,m^2)=7/53\times10^{-5}\,m^3/s=0/0753\,L/s$$

پس زمان لازم برای سیفون $4L$ بنزین به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta t=\frac{V}{\dot{V}}=\frac{4\,L}{0/0753\,L/s}=53/1\,s$$

(ب) فشار در نقطه ۳ را با نوشتن معادله برنولی بین نقاط ۲و۳ می‌توان تعیین کرد. توجه کنید که $V_2=V_3$ (بقای جرم)، $z_2=0$ و $P_2=P_{atm}$،

$$\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2=\frac{P_3}{\rho g}+\frac{V_3^2}{2g}+z_3 \quad \rightarrow \frac{P_{atm}}{\rho g}=\frac{P_3}{\rho g}+z_3$$

با حل معادله برای P_3 و جایگذاری داریم:

$$P_۳ = P_{atm} - \rho g z_۳$$

$$= ۱۰۱/۳ kPa - (۷۵۰ kg/m^۳)(۹/۸۱ m/s^۲)(۲/۷۵ m)\left(\frac{۱ N}{۱ kg.m/s^۲}\right)\left(\frac{۱ kPa}{۱۰۰۰ N/m^۲}\right)$$

$$= ۸۱/۱ kPa$$

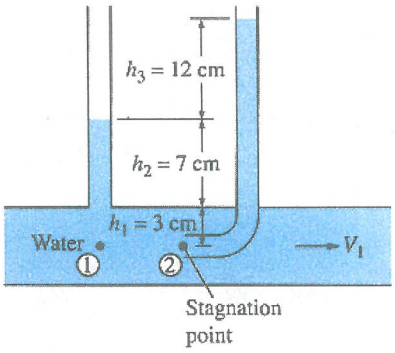
بحث: زمان فرایند سیفون با صرف‌نظر از اثرات اصطکاکی تعیین شده و بنابراین حداقل زمان مورد نیاز است. در عمل، بر اثر اصطکاک بین بنزین و سطح لوله، زمان بیشتر از $۵۳/۱ s$ طول خواهد کشید. هم‌چنین، فشار در نقطه ۳ پایین‌تر از فشار اتسمفر است. اگر اختلاف ارتفاع بین نقاط ۱ و ۳ خیلی زیاد باشد، فشار در نقطه ۳ در دمای بنزین ممکن است که به کمتر از فشار بخار بنزین برسد و بخشی از آن تبخیر شود (ایجاد کاویتاسیون)، بنابراین این امکان وجود دارد که بخار در بالای مخزن حباب‌هایی را ایجاد نماید که سبب توقف جریان بنزین شود.

مثال ۵-۸ اندازه‌گیری سرعت توسط یک لوله پیتوت

همان‌طور که در شکل ۵-۴۱ نشان داده شده است، یک پیزومتر و یک لوله پیتوت برای اندازه‌گیری فشار استاتیک و سکون (استاتیک + دینامیک) در یک لوله افقی قرار داده شده‌اند. برای ارتفاع‌های ستون آب مشخص شده، سرعت در مرکز لوله را به دست آورید.

حل: فشارهای استاتیک و سکون در یک لوله افقی اندازه‌گیری شده است، سرعت در مرکز لوله باید تعیین شود.

فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- نقاط ۱و۲ به اندازه کافی به هم نزدیک هستند به طوری که افت انرژی برگشت ناپذیر میان این نقاط قابل صرف‌نظر است و بنابراین از معادله برنولی می‌توانیم استفاده کنیم.



شکل ۵-۴۱ شماتیک مثال ۵-۸

تحلیل: نقاط ۱و۲ را در امتداد خط مرکزی لوله در نظر می‌گیریم که نقطه ۱ مستقیماً در زیر پیزومتر و نقطه ۲ در بالای لوله پیتوت قرار گرفته است. جریان دائم است و خطوط جریان، موازی و مستقیم هستند و فشارهای نسبی در نقاط ۱و۲ را به صورت زیر می‌توان بیان کرد،

$$P_1 = \rho g (h_1 + h_2)$$

$$P_2 = \rho g (h_1 + h_2 + h_3)$$

توجه کنید که نقطه ۲ نقطه سکون است و بنابراین $V_2=0$ و $z_1=z_2$ و با کاربرد معادله برنولی میان نقاط ۱و۲ خواهیم داشت:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + \cancel{z_1} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\cancel{V_2^2}^{\,0}}{2g} + \cancel{z_2} \quad \rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g}$$

با جایگذاری عبارت P_1 و P_2 به دست می‌آوریم:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{\rho g(h_1 + h_2 + h_3) - \rho g(h_1 + h_2)}{\rho g} = h_3$$

با حل معادله برای V_1 و جایگذاری به دست می‌آید،

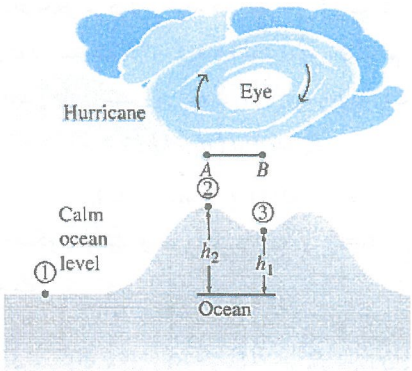
$$V_1 = \sqrt{2gh_3} = \sqrt{2(9{,}81 m/s^2)(0{,}12 m)} = 1{,}53 m/s$$

بحث: توجه کنید برای تعیین سرعت سیال فقط به اندازه‌گیری ارتفاع اضافی سیال در لوله پیتوت نیاز است.

مثال ۵-۹ بالا آمدن اقیانوس به دلیل (گردباد)

گردباد یک طوفان گرمسیری است که بر اثر فشار کم اتمسفر روی اقیانوس تشکیل می‌شود. هنگامی‌که گردبادی به زمین نزدیک می‌شود، همراه با آن، طغیان‌های اقیانوسی (با جزر و مد شدید) آغاز می‌شود. یک گردباد با درجهٔ ۵ سبب ایجاد بادهای با سرعت افزون بر ۱۵۵ مایل بر ساعت می‌شود، در حالی که سرعت باد در مرکز گردباد بسیار اندک است.

شکل ۵-۴۲ گردبادی را برفراز یک اقیانوس نشان می‌دهد و فشار اتمسفر در فاصله ۲۰۰mi از چشم گردباد، ۳۰$in\ Hg$ است (در نقطه ۱ که معمولاً برای اقیانوس مقدار آن طبیعی است) و بادها آرام می‌باشند. فشار اتمسفر گردباد در مرکز آن ۲۲$in\ Hg$ است. میزان بالا آمدن اقیانوس را هنگامی‌که مرکز گردباد (الف) در نقطه ۳ است و (ب) در نقطه ۲ جایی که سرعت باد ۱۵۵mph است، تخمین بزنید. چگالی آب دریا و جیوه را به ترتیب ۶۴lbm/ft^3 و ۸۴۸lbm/ft^3 در نظر گرفته و چگالی هوا در دما و فشار معمولی سطح دریا ۰٫۰۷۶lbm/ft^3 است.



شکل ۵-۴۲ شماتیک مثال ۵-۹. در مقیاس عمودی بسیار اغراق شده است.

حل: گردبادی در حال حرکت از روی اقیانوس است. هدف تعیین بالاآمدگی سطح اقیانوس در مرکز طوفان و نواحی فعال گردباد می‌باشد.

فرضیات: ۱- جریان هوای همراه گردباد دائم، تراکم‌ناپذیر و غیر چرخشی است (طوری که معادله برنولی قابل اعمال است). (به طور قطع این مورد یک فرض سؤال برانگیز برای جریان کاملاً مغشوش است، اما این در حل منظور شده است). ۲- از اثر کشیده شدن آب به داخل هوا صرف‌نظر شده است.

خواص: چگالی‌های هوا در شرایط معمولی، آب دریا و جیوه به ترتیب $0.076\ lbm/ft^3$، $64\ lbm/ft^3$ و $848\ lbm/ft^3$ می‌باشد.

تحلیل: (الف) کاهش فشار اتمسفر در بالای آب سبب بالا رفتن آب می‌شود. بنابراین، کاهش فشار در نقطه ۲ نسبت به نقطه ۱ باعث بالا رفتن آب اقیانوس در نقطه ۲ می‌شود. همین مورد در نقطه ۳ که سرعت طوفان ناچیز است نیز صادق می‌باشد. اختلاف فشار داده شده که بر حسب ستون جیوه است را بر حسب ستون آب دریا به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\Delta P = (\rho gh)_{Hg} = (\rho gh)_{sw} \rightarrow h_{sw} = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{sw}} h_{Hg}$$

پس اختلاف فشار بین نقاط ۱و۳ بر حسب ستون آب دریا به صورت زیر است:

$$h_1 = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{sw}} h_{Hg} = \left(\frac{848\ lbm/ft^3}{64\ lbm/ft^3}\right)(30-22)\ in\ Hg\left(\frac{1\ ft}{12\ in}\right) = 8.83\ ft$$

که چون سرعت باد قابل صرف‌نظر است و اثرات دینامیکی وجود ندارد، این ارتفاع با ارتفاع موج خروشان در مرکز گردباد برابر است.

(ب) برای تعیین میزان بالا رفتن اضافی آب دریا در نقطه ۲ به دلیل سرعت‌های بالا در آن نقطه، معادله برنولی را میان نقاط A و B که به ترتیب بالای نقاط ۲ و ۳ هستند می‌نویسیم. توجه کنید که $V_B \cong 0$ (ناحیه مرکز گردباد نسبتاً آرام است) و $z_A = z_B$ (هر دو نقطه روی خط افقی یکسانی هستند)، معادله برنولی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + \cancel{z_A} = \frac{P_B}{\rho g} + \cancel{\frac{V_B^2}{2g}}^{\,0} + \cancel{z_B} \quad \rightarrow \frac{P_B - P_A}{\rho g} = \frac{V_A^2}{2g}$$

با جایگذاری داریم:

$$\frac{P_B - P_A}{\rho g} = \frac{V_A^2}{2g} = \frac{(155\,mph)^2}{2(32.2\,ft/s^2)}\left(\frac{1.4667\,ft/s}{1\,mph}\right)^2 = 803\,ft$$

که ρ چگالی هوا در محل گردباد است. توجه کنید که چگالی یک گاز ایده‌آل در دمای ثابت با فشار مطلق آن متناسب است و چگالی هوا در فشار اتمسفر معمولی $14.7 psia \cong 30 in\ Hg$ برابر با $0.076\,lbm/ft^3$ است. چگالی هوا در گردباد به صورت زیر است:

$$\rho_{air} = \frac{P_{air}}{P_{atm\,air}}\rho_{atm\,air} = \left(\frac{22\,in\,Hg}{30\,in\,Hg}\right)(0.076\,lbm/ft^3) = 0.056\,lbm/ft^3$$

با استفاده از رابطه استخراج شده در بالا در قسمت (الف) ارتفاع ستون آب دریا معادل با $803 ft$ ستون هوا است که معادل آب آن به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$h_{dyamic} = \frac{\rho_{air}}{\rho_{sw}} hair = \left(\frac{0.056\,lbm/ft^3}{64\,lbm/ft^3}\right)(803\,ft) = 0.70\,ft$$

بنابراین، بر اثر سرعت بالای باد، فشار در نقطه ۲ نسبت به نقطه ۳، به اندازه $0.7 ft$ ستون آب دریا کمتر است و باعث بالا رفتن سطح اقیانوس به اندازه $0.7 ft$ می‌شود. پس ارتفاع موج طوفان در نقطه ۲ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$h_2 = h_1 + h_{dynamic} = 8.83 + 0.70 = 9.53\,ft$$

بحث: این یک مسأله جریان بسیار مغشوش است که باعث شکستن شدید خطوط جریان می‌شود و بنابراین قابلیت کاربرد معادله برنولی در قسمت (ب) سؤال برانگیز است. به علاوه، جریان در مرکز گردباد غیر چرخشی نیست و ثابت معادله برنولی در عرض خطوط جریان تغییر می‌کند (فصل ۱۰ را ببینید). تحلیل برنولی را به عنوان یک حالت حدی ایده‌آل می‌توان در نظر گرفت، که نشان می‌دهد که میزان بالا رفتن سطح آب دریا بر اثر بادهای با سرعت بالا نمی‌تواند بیش از $0.70\,ft$ باشد.

قدرت یک گردباد، تنها دلیل از بین رفتن مناطق ساحلی نمی‌باشد. طغیان‌های اقیانوسی و فرسایش ناشی از جزر و مدهای سنگین بر همان میزانی که موج‌های شدید ناشی از اغتشاش‌های طوفان‌ها و انرژی آنها خرابی ایجاد می‌کنند، مؤثر هستند.

مثال ۵-۱۰ معادله برنولی برای جریان تراکم‌پذیر

معادله برنولی را برای گاز ایده‌آلی که در معرض (الف) فرایند همدما و (ب) فرایند ایزنتروپیک قرار گرفته است در هنگامی‌که اثرات تراکم‌پذیری قابل صرف‌نظر نباشد، به دست آورید.

حل: هدف استخراج معادله برنولی برای جریان تراکم‌پذیر یک گاز ایده‌آل در فرایندهای همدما و ایزنتروپیک است.

فرضیات: ۱- جریان دائم است و اثرات اصطکاکی قابل صرف‌نظر هستند. ۲- سیال یک گاز ایده‌آل بوده و رابطه $P=\rho RT$ قابل اعمال است. ۳- گرماهای ویژه ثابت هستند، به طوری که در طول فرایند ایزنتروپیک P/ρ^k ثابت می‌باشد.

تحلیل: (الف) هنگامی‌که اثرات تراکم‌پذیری قابل ملاحظه باشد و دیگر نتوان جریان را تراکم‌ناپذیر در نظر گرفت، معادله برنولی بر طبق معادله ۵-۴۰ به صورت زیر در می‌آید:

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت (در امتداد خط جریان)}$$

اثرات تراکم‌پذیری را به طور مناسب با بیان ρ بر حسب فشار و سپس انجام انتگرال‌گیری $\int dP/\rho$ در معادله ۱ می‌توان محاسبه کرد، اما این کار به رابطه میان P و ρ برای آن فرایند نیاز دارد. برای انبساط یا تراکم همدمای یک گاز ایده‌آل انتگرال معادله (۱) را می‌توان به آسانی و با توجه به این‌که T = ثابت می‌باشد و جایگذاری $\rho = P/RT$ انجام داد. نتیجه به صورت زیر می‌شود:

$$\int \frac{dP}{\rho} = \int \frac{dP}{P/RT} = RT \ln P$$

با جایگذاری در معادله (۱) نتیجه مطلوب به دست می‌آید:

$$RT \ln P + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت} \qquad (۲)$$

(ب) حالت بسیار متداول جریان تراکم‌پذیر به جریان ایزنتروپیک گاز ایده‌آل در تجهیزاتی همانند نازل‌ها، دیفیوزرها و پره‌های توربین‌ها بر می‌گردد که در آنها سرعت سیال بسیار زیاد است. جریان ایزنتروپیک (یعنی برگشت پذیر و آدیاباتیک) تقریب خوبی در چنین دستگاه‌هایی است که توسط رابطه $(P/\rho^k = C = \text{ثابت})$ مشخص می‌شود که در آن k نسبت گرماهای ویژه گاز می‌باشد. با حل رابطه برای ρ از معادله $P/\rho^k = C$ رابطه $\rho = C^{-1/k} P^{1/k}$ به دست می‌آید. با انجام انتگرال‌گیری داریم:

$$\int \frac{dP}{\rho} = \int C^{1/k} P^{-1/k} dP = C^{1/k} \frac{P^{-1/k+1}}{-1/k+1} = \frac{P^{1/k}}{\rho} \frac{P^{-1/k+1}}{-1/k+1} = \left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P}{\rho} \quad (۳)$$

با جایگذاری، معادله برنولی برای جریان گاز ایده‌آل در حالت دائم، ایزنتروپیک، تراکم‌پذیر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت} \quad (۴ \text{ الف})$$

یا

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \quad (۴ \text{ ب})$$

یک مورد عملی مترادف، شتاب‌گیری یک گاز از حالت سکون (شرایط سکون در حالت ۱) با تغییر بسیار ناچیز در ارتفاع می‌باشد. در آن حالت داریم $V_1 = 0$ و $z_1 = z_2$. توجه کنید که برای گازهای ایده‌آل $\rho = P/RT$ و برای جریان ایزنتروپیک $P/\rho^k = C$ و عدد ماخ به صورت $Ma = V/c$ تعریف می‌شود که $c = \sqrt{kRT}$ سرعت موضعی صوت برای گازهای ایده‌آل می‌باشد و معادله ۴ب به صورت زیر ساده می‌شود:

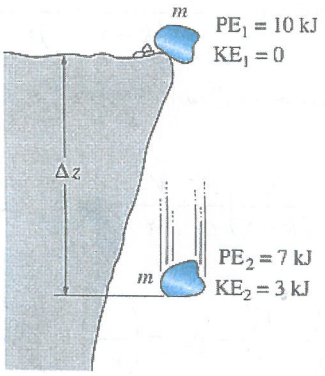
$$\frac{P_1}{P_2} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) Ma_2^2\right]^{k/(k-1)} \quad (۴ \text{ ج})$$

که حالت ۱ مربوط به حالت سکون مربوط بوده و حالت ۲ هم هر حالت دلخواه در طول جریان است.

بحث: می‌توان نشان داد که اگر عدد ماخ کمتر از ۰٫۳ باشد نتایج حاصل از معادلات تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر بیشتر از ۲٪ با هم اختلاف ندارند. بنابراین، هنگامی‌که $Ma \leq 0{,}3$ است جریان گاز ایده‌آل را به صورت تراکم‌ناپذیر می‌توان در نظر گرفت. این موارد برای هوای اتمسفر در شرایط معمولی، سرعت جریانی در حدود $100\,m/s$ یا $360\,km/h$ می‌باشد که محدوده‌های مورد توجه ما را پوشش می‌دهند.

۶-۵ معادله عمومی انرژی

یکی از اساسی‌ترین قوانین موجود در طبیعت قانون اول ترمودینامیک است که اغلب تحت عنوان اصل بقای انرژی شناخته می‌شود و پایهٔ اساسی برای بررسی ارتباط میان شکل‌های مختلف انرژی و تبادلات آن است. این قانون بیان می‌کند که در طی یک فرایند انرژی نه تولید می‌شود و نه از بین می‌رود و فقط از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند. بنابراین، در طی یک فرایند هر جز از انرژی را باید در نظر گرفت.

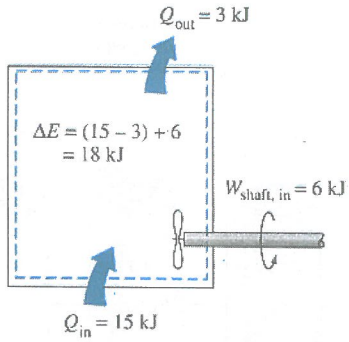


شکل ۵-۴۳ در یک فرایند انرژی نمی‌تواند ایجاد شده یا از بین برود. انرژی فقط شکل‌هایش را تغییر می‌دهد.

برای مثال در سقوط یک تخته سنگ، در نتیجه تبدیل انرژی پتانسیل آن به انرژی جنبشی سرعت آن افزایش می‌یابد (شکل ۵-۴۳). اطلاعات تجربی نشان می‌دهد که هنگامی‌که مقاومت هوا قابل صرف‌نظر باشد کاهش انرژی پتانسیل با افزایش انرژی جنبشی برابر است و بنابراین تأییدی بر اصل بقای انرژی می‌باشد. هم‌چنین اصل بقای انرژی اساس کار رژیم غذایی را تشکیل می‌دهد: فردی که انرژی ورودی بیشتری دارد، یعنی بیشتر غذا می‌خورد و انرژی خروجی کمتری دارد (تمرین)، یعنی فعالیت او کمتر است دچار اضافه وزن می‌شود (انرژی به صورت چربی در بدن او ذخیره می‌شود) و فردی که انرژی ورودی کمتری نسبت به خروجی داشته باشد، وزنش کم خواهد شد. تغییر در مقدار انرژی یک سیستم با اختلاف انرژی ورودی و خروجی آن مساوی است و اصل بقای انرژی برای هر سیستم را به صورت $E_{in} - E_{out} = \Delta E$ می‌توان بیان کرد.

انتقال هر خاصیت (از قبیل جرم، مومنتوم و انرژی) در مرز تحت عنوان کمیت عبوری از مرز شناخته می‌شود. اگر کمیتی از خارج مرز به داخل آن وارد شود به آن ورودی می‌گویند و اگر در جهت عکس حرکت کند به آن خروجی گفته می‌شود. اگر کمیتی در داخل سیستم از نقطه‌ای به نقطه دیگر حرکت کند این کمیت یک کمیت انتقال یافته محسوب نمی‌شود. چون این کمیت به سیستم وارد و یا از آن خارج نمی‌شود. بنابراین، قبل از انجام یک تحلیل مهندسی، مشخص کردن سیستم و شناسایی واضح مرزهای آن ضروری است.

برای یک جرم ثابت (یک سیستم بسته) مقدار انرژی می‌تواند توسط دو مکانیزم تغییر کند، انتقال حرارت Q و انتقال کار W. پس بقای انرژی برای یک کمیت با جرم ثابت را



شکل ۵-۴۴ تغییر انرژی یک سیستم در یک فرایند برابر با کار و انتقال حرارت حاصل میان سیستم و محیط آن می‌باشد.

به شکل معادله شار به صورت زیر می‌توان بیان کرد (شکل ۵-۴۴):

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{net\ in} = \frac{dE_{sys}}{dt} \quad \text{یا} \quad \dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{net\ in} = \frac{d}{dt}\int_{sys} \rho e\, d\forall \qquad (۴۹-۵)$$

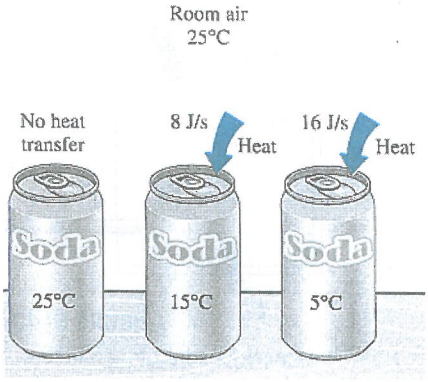
که $\dot{Q}_{net\ in} = \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}$ نرخ خالص انتقال حرارت به سیستم (منفی، اگر از سیستم) و $\dot{W}_{net\ in} = \dot{W}_{in} - \dot{W}_{out}$ توان ورودی خالص به سیستم در کلیهٔ شکل‌ها (منفی، اگر توان خروجی) و dE_{sys}/dt نرخ تغییر مقدار انرژی کل سیستم می‌باشد. نقطه قرار گرفته در بالای کمیت‌ها بیانگر نرخ زمانی می‌باشد. برای سیستم‌های ساده تراکم‌پذیر، انرژی کل شامل انرژی‌های داخلی، جنبشی و پتانسیل است و آن را بر حسب واحد جرم به صورت زیر می‌توان بیان کرد (فصل ۲ را ببینید)،

$$e = u + ke + pe = u + \frac{V^2}{2} + gz \qquad (۵۰-۵)$$

توجه کنید که انرژی کل یک خاصیت است و مقدار آن تغییر نمی‌کند مگر این‌که حالت سیستم تغییر کند.

انتقال انرژی توسط حرارت، Q

در زندگی روزمره، اکثراً از شکل‌های نهان و محسوس انرژی داخلی، تحت عنوان حرارت نام می‌بریم و از آن به عنوان محتوای گرمایی اجسام صحبت می‌کنیم. از نقطه نظر علمی‌صحیح‌ترین نام برای این اشکال انرژی، انرژی گرمایی است. برای مواد تکفازی، تغییر انرژی گرمایی یک جرم معین ناشی از تغییر دمای آن است و بنابراین دما معیار خوبی برای انرژی گرمایی است. طبیعتاً انرژی گرمایی در جهت کاهش دما روی می‌دهد و انتقال انرژی گرمایی از یک سیستم به



شکل ۵-۴۵ اختلاف دما نیروی محرکه‌ای برای انتقال حرارت است، هر چه اختلاف دمای بزرگ‌تر باشد نرخ انتقال بیشتر می‌شود.

سیستم دیگر که ناشی از اختلاف دماست را انتقال حرارت می‌نامند. بنابراین، هر فعل و انفعال انرژی در صورتی انتقال حرارت محسوب می‌شود که فقط ناشی از اختلاف دما باشد. برای مثال، گرم شدن یک قوطی نوشابه در یک اتاق گرم ناشی از انتقال حرارت است (شکل ۵-۴۵). نرخ زمانی انتقال گرما را نرخ انتقال حرارت می‌نامند و آن را با $\dot{Q}$ مشخص می‌کنند.

جهت انتقال حرارت همیشه از جسم با دمای بالاتر به جسم با دمای پایین‌تر می‌باشد. هنگامی‌که بین دو جسم برابری دما برقرار شد، انتقال حرارت متوقف می‌شود. بین دو سیستم (یا یک سیستم و محیط آن) که در دمای یکسانی هستند، انتقال حرارت روی نمی‌دهد.

فرایندی که در آن انتقال حرارت وجود ندارد فرایند آدیاباتیک نامیده می‌شود. دو روش برای آدیاباتیک کردن یک فرایند وجود دارد: سیستم به خوبی ایزوله باشد به طوری که تنها مقدار ناچیزی از حرارت بتواند از مرزهای آن عبور کند، یا سیستم و محیط هر دو در دمای یکسانی باشند و بنابراین هیچ نیروی محرکی (اختلاف دما) برای انتقال حرارت موجود نباشد. یک فرایند آدیاباتیک را نباید با یک فرایند همدما اشتباه کرد. حتی با وجود این که در حین یک فرایند آدیاباتیک هیچ انتقال حرارتی وجود ندارد، مقدار انرژی و بنابراین دمای سیستم می‌تواند با عامل دیگری چون انتقال کار تغییر کند.

انتقال انرژی توسط کار، W

اگر نیرویی در فاصله‌ای عمل کند، سبب انجام کار می‌شود که نوع دیگری از تبادل انرژی می‌باشد.

یک پیستون در حال صعود، یک محور گردان و یک سیستم الکتریکی که از مرز سیستم می‌گذرد همگی از جنس تبادل کار هستند.

نرخ زمانی کار توان نامیده می‌شود و آن را با $\dot{W}$ نشان می‌دهند. موتورهای اتومبیل و توربین‌های آبی، بخاری و گازی کار تولید کرده و کمپرسورها، پمپ‌ها، دمنده‌ها و مخلوط کننده‌ها کار مصرف می‌کنند. وسایل مصرف کننده کار، انرژی را به سیال منتقل می‌کنند و بنابراین انرژی سیال را افزایش می‌دهند. برای مثال، یک دمنده در یک اتاق، هوا را به حرکت در آورده و انرژی جنبشی آن را زیاد می‌کند. انرژی الکتریکی دمنده در ابتدا توسط موتور آن به انرژی مکانیکی تبدیل شده و محور پره‌ها شروع به چرخش می‌کند، سپس این انرژی مکانیکی به هوا منتقل می‌شود که افزایش سرعت هوا گواه بر آن است. این انتقال انرژی به هوا ربطی به اختلاف دما نداشته و بنابراین نمی‌تواند انتقال حرارت باشد. بنابراین، این انتقال انرژی از نوع کار است. سرانجام هوای خروجی از دمنده کاملاً متوقف می‌شود و بنابراین بر اثر اصطکاک میان ذرات هوایی که دارای سرعت‌های متفاوتی هستند، انرژی مکانیکی آنها افت می‌کند. اما در واقع این یک "افت" نیست، بلکه بر طبق اصل بقای انرژی، این تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی گرمایی (که این مقدار محدود بوده و بنابراین جمله افت به کار می‌رود) است. اگر دمنده‌ای به مدت طولانی در اتاق بدون درزی کار کند، افزایش این انرژی گرمایی را با افزایش دمای هوای اتاق می‌توان حس کرد و سیستم می‌تواند شامل شکل‌های متعددی از کار باشد و کار کلی را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$W_{total} = W_{shaft} + W_{pressure} + W_{viscous} + W_{other} \qquad (۵۱-۵)$$

که W_{shaft} کار منتقل شده توسط یک محور دوار است. $W_{pressure}$ کار انجام شده توسط نیروهای فشاری روی سطح معیار است، $W_{viscous}$ کار انجام شده توسط مؤلفه‌های عمودی و برشی نیروهای لزجت روی سطح معیار می‌باشد و W_{other} کار انجام شده توسط نیروهای دیگر از قبیل الکتریکی، مغناطیسی و کشش سطحی است که در سیستم‌های ساده تراکم‌پذیر ناچیز هستند و در این کتاب به آنها نمی‌پردازیم. هم‌چنین به علت این‌که در تحلیل حجم معیار $W_{viscous}$ معمولاً در مقایسه با جملات دیگر نسبتاً کوچک است آن را هم مد نظر قرار نمی‌دهیم. اما باید به یاد داشته باشیم که در تحلیل توربوماشین‌ها شاید نیاز باشد که کار ناشی از نیروهای برشی را که به هنگام برش سیال توسط پره‌ها ایجاد می‌شود برای یک تحلیل دقیق‌تر مدنظر قرار دهیم.

کار محوری

بسیاری از سیستم‌های جریان دارای ماشینی چون یک پمپ، یک توربین، یک دمنده یا یک کمپرسور هستند که محور آنها سطح معیار را قطع می‌کند و تبادل کار با این دستگاه‌ها را به

عنوان کار محوری W_{shaft} می‌نامند. توان انتقال یافته توسط یک محور دوار با گشتاور محور T_{shaft}، متناسب بوده و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_{shaft} = \omega T_{shaft} = 2\pi \dot{n} T_{shaft} \qquad (۵-۵۲)$$

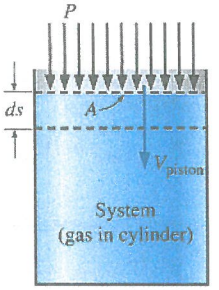
که ω سرعت زاویه‌ای محور بر حسب rad/s است و $\dot{n}$ را به عنوان تعداد دورهای محور بر واحد زمان تعریف می‌کنند که اغلب بر حسب دور بر دقیقه یا rpm بیان می‌شود.

کار انجام شده توسط نیروهای فشاری

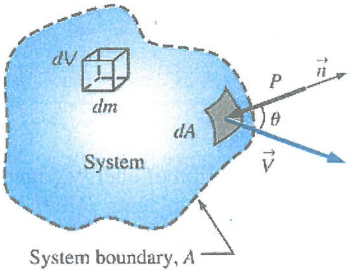
مطابق شکل ۵-۴۶ الف گازی در یک سیلندر- پیستون فشرده می‌شود. هنگامی‌که پیستون بر اثر نیروی فشاری PA، که A مساحت سطح مقطع پیستون است، به اندازه فاصله دیفرانسیلی ds به سمت پایین حرکت می‌کند، کار مرزی انجام شده روی سیستم $\delta W_{boundary} = PA\ ds$ می‌باشد. با تقسیم هر دو سمت این رابطه بر بازه زمانی دیفرانسیلی dt، نرخ زمانی کار مرزی به صورت زیر به دست می‌آید (یعنی، توان)،

$$\delta \dot{W}_{pressure} = \delta \dot{W}_{boundary} = PAV_{piston}$$

که $V_{piston} = ds/dt$ سرعت پیستون است که سرعت مرز متحرک در جلو پیستون است.



(a)



(b)

شکل ۵-۴۶ نیروی فشاری وارد بر (الف) مرز متحرک یک سیستم در یک سیلندر ـ پیستون و (ب) مساحت سطح دیفرانسیلی یک سیستم با شکل دلخواه.

حال مطابق شکل ۵-۴۶ ب یک تکه از سیال (یک سیستم) با شکل دلخواه را در نظر بگیرید که همراه با جریان حرکت می‌کند و این تکه بر اثر فشار می‌تواند تغییر شکل دهد. فشار همیشه به سمت داخل و عمود بر سطح عمل می‌کند و نیروی فشاری وارد به سطح دیفرانسیلی dA با $P\,dA$ برابر است. گفتنی است که کار، نیرو ضربدر فاصله است و فاصله پیموده شده بر واحد زمان، سرعت است و نرخ زمانی کار انجام شده توسط نیروهای فشاری روی بخش دیفرانسیلی سیستم به صورت زیر است:

$$\delta \dot{W}_{pressure} = -P\,dA V_n = -P\,dA(\vec{V}.\vec{n}) \qquad (۵۳-۵)$$

که مؤلفه عمودی سرعت در مساحت دیفرانسیلی dA با $V_n = V\cos\theta = \vec{V}.\vec{n}$ برابر می‌باشد. توجه کنید که $\vec{n}$ بردار یکه عمود بر dA و به سمت بیرون است و بنابراین کمیت $\vec{V}.\vec{n}$ برای فرآیند انبساط مثبت بوده و برای فرایند تراکم منفی است. علامت منفی در معادله ۵-۵۳ تضمین می‌کند که کار انجام شده توسط نیروهای فشاری هنگامی که روی سیستم انجام می‌شوند مثبت و هنگامی‌که توسط سیستم انجام می‌شوند منفی می‌باشد که با قرارداد ما مطابقت دارد. نرخ کلی کار انجام شده توسط نیروهای فشاری با انتگرال‌گیری از $\delta \dot{W}_{prssure}$ روی کل سطح A به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{W}_{pressure,\,net\ \ in} = -\int_A P(\vec{V}.\vec{n})dA = -\int_A \frac{P}{\rho}\rho(\vec{V}.\vec{n})dA \qquad (۵۴-۵)$$

در پرتو این مباحث توان خالص منتقل شده را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\dot{W}_{net\ in} = \dot{W}_{shaft,net\ \ in} + \dot{W}_{pressure,net\ in} = \dot{W}_{shaft,net\,in} - \int_A P(\vec{V}.\vec{n})dA \qquad (۵۵-۵)$$

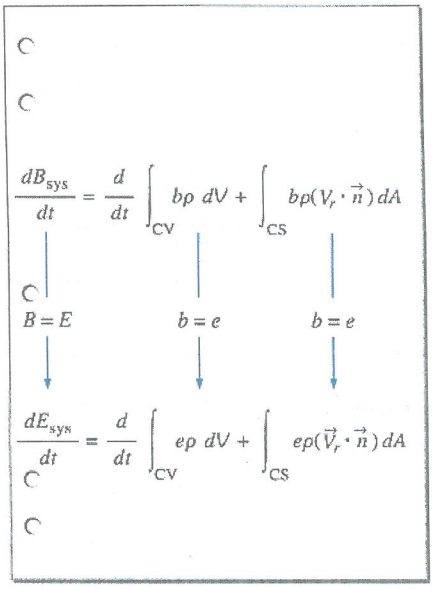
پس شکل معادله شار بقای انرژی برای یک سیستم بسته به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{Q}_{net\,in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} + \dot{W}_{pressure,\ net\ in} = \frac{dE_{sys}}{dt} \qquad (۵۶-۵)$$

برای به دست آوردن رابطه‌ای برای بقای انرژی برای یک حجم معیار، تئوری انتقال رینولدز را با جایگذاری انرژی کل E به جای B و انرژی بر واحد جرم به جای b به‌کار می‌بریم که $e = u + ke + pe = u + V^2/2 + gz$ می‌باشد (شکل ۵-۴۷). نتیجه حاصله به صورت زیر است:

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\vee + \int_{CS} e\rho\,(\vec{V}_r.\vec{n})A \qquad (۵۷-۵)$$

با جایگذاری سمت چپ معادله ۵-۵۶ در معادله ۵-۵۷ شکل کلی معادله انرژی را که برای حجم معیارهای ثابت و متحرک یا تغییر شکل‌پذیر قابل اعمال است، به دست می‌آوریم:



شکل ۵-۴۷ معادله بقای انرژی با جایگزینی B با E و b با e در تئوری انتقال رینولدز به دست آمده است.

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} + \dot{W}_{pressure,net\ in} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\forall + \int_{CS} e\rho\,(\vec{V}_r.\vec{n})dA$$

(۵۸-۵)

آن را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\begin{pmatrix}\text{نرخ خالص انرژی}\\ \text{منتقل شده به یک}\\ \text{حجم معیار بر اثر}\\ \text{انتقال حرارت یا}\\ \text{انتقال کار}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{نرخ زمانی تغییر انرژی}\\ \text{در حجم معیار}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{نرخ خالص انرژی}\\ \text{خروجی از سطح معیار}\\ \text{توسط جریان جرم}\end{pmatrix}$$

که در اینجا $\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{CS}$ سرعت نسبی سیال نسبت به سطح معیار و حاصل‌ضرب $\rho(\vec{V}_r.\vec{n})\,dA$ بیانگر دبی جرمی عبوری از مساحت dA به داخل حجم معیار یا خارج شده از آن است. مجدداً توجه کنید که $\vec{n}$ بردار یکه عمود بر dA است و کمیت $\vec{V}_r.\vec{n}$ و بنابراین دبی جرمی برای جریان خروجی مثبت بوده و برای جریان ورودی منفی است.

با جایگذاری انتگرال سطحی برای نرخ کار فشاری از معادله ۵-۵۴ در معادله ۵-۵۸ و ترکیب آن با انتگرال سطحی در سمت راست خواهیم داشت:

$$\dot{Q}_{net\,in} + \dot{W}_{shaft,net\,in} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\forall + \int_{CS}\left(\frac{P}{\rho}+e\right)\rho(\vec{V}_r.\vec{n})\,dA \qquad (۵-۵۹)$$

که شکل بسیار متداولی برای معادله انرژی است که علت آن این است که اینک کار فشاری با انرژی سیال عبوری از سطح معیار ترکیب شده و دیگر با کار فشاری سر و کار نداریم.

عبارت $P/\rho = P\forall = w_{flow}$ کار جریان است که کار ناشی از کشیدن سیال به داخل حجم معیار یا فرستادن سیال به خارج آن بر واحد جرم است. توجه کنید که سرعت سیال در سطح جامد به علت شرط عدم لغزش با سرعت سطح جامد برابر بوده و برای سطوح ساکن برابر با صفر است. در نتیجه، کار فشاری در بخش‌هایی از سطح معیار که بر سطوح جامد ساکن منطبق است برابر با صفر می‌باشد. بنابراین، کار فشاری برای حجم معیارهای ثابت تنها در بخش فرضی سطح معیار که سیال به حجم معیار وارد یا از آن خارج می‌شود، یعنی ورودی‌ها و خروجی‌ها، می‌تواند موجود باشد.

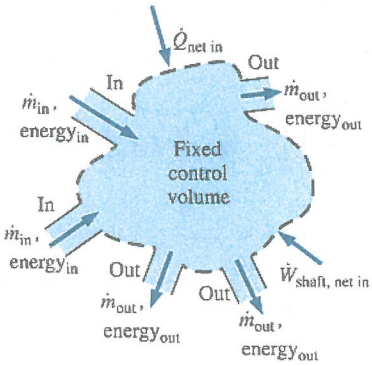
برای یک حجم معیار ثابت (حجم معیار ساکن یا بدون تغییر شکل)، $\vec{V}_r = \vec{V}$ و معادله انرژی در معادله ۵-۵۹ به صورت زیر در می‌آید،

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\forall + \int_{CS}\left(\frac{P}{\rho}+e\right)\rho(\vec{V}.\vec{n})\,dA \qquad (۵-۶۰)$$

این رابطه به علت انتگرال‌های موجود در آن شکل مطلوبی برای حل مسائل عملی مهندسی نیست و بازنویسی آن بر حسب سرعت‌های متوسط و دبی‌های جرمی‌ورودی و خروجی مطلوب است، اگر $P/\rho + e$ در ورودی یا خروجی تقریباً یکنواخت باشد، به سادگی می‌توان آن را به خارج انتگرال برد. با توجه به این‌که $\dot{m} = \int_{A_c}\rho(\vec{V}.\vec{n})\,dA_c$ دبی جرمی‌عبوری از یک ورودی یا خروجی است، نرخ انرژی جریان ورودی یا جریان خروجی از یک ورودی یا خروجی را به صورت $\dot{m}(P/\rho+e)$ می‌توان تقریب زد. پس معادله انرژی به صورت زیر در می‌آید (شکل ۵-۴۸)،

$$\dot{Q}_{net\,in} + \dot{W}_{shaft,net\,in} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\forall + \sum_{out}\dot{m}\left(\frac{P}{\rho}+e\right) - \sum_{in}\dot{m}\left(\frac{P}{\rho}+e\right) \qquad (۵-۶۱)$$

که $e = u + V^2/2 + gz$ (معادله ۵-۵۰) انرژی کل بر واحد جرم برای حجم معیار و



شکل ۵-۴۸ در یک مسأله مهندسی معمولی، حجم معیار ممکن است شامل تعدادی ورودی و خروجی باشد. در هر مقطع ورودی انرژی به داخل جریان می‌یابد و در هر مقطع خروجی انرژی به سمت خارج می‌رود. هم‌چنین انرژی توسط انتقال حرارت و کار محوری خالص به حجم معیار وارد می‌شود.

جریان‌ها می‌باشد. پس:

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\forall + \sum_{out}\dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{in}\dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + u + \frac{V^2}{2} + gz\right) \quad (۶۲-۵)$$

یا

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} = \frac{d}{dt}\int_{CV} e\rho\, d\forall + \sum_{out}\dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{in}\dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) \quad (۶۳-۵)$$

که در اینجا از تعریف آنتالپی $h = u + P\forall = u + P/\rho$ استفاده کرده‌ایم. دو معادله اخیر بیان‌های نسبتاً خوبی برای بقای انرژی هستند، اما هنوز هم استفاده از آنها محدود به حجم معیارهای ثابت، جریان یکنواخت در ورودی‌ها و خروجی‌ها و صرف‌نظر از کار نیروهای لزجت و سایر اثرات می‌باشد. هم‌چنین، زیرنویس، *"net in"* نشان دهنده خالص ورودی می‌باشد و بنابراین به سیستم، مثبت و انتقال آنها از سیستم منفی به حساب می‌آیند.

۵-۷ تحلیل انرژی در جریان‌های دائم

برای جریان‌های دائم، نرخ زمانی تغییر انرژی حجم معیار صفر است و معادله ۵-۶۳ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} = \sum_{out} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) - \sum_{in} \dot{m}\left(h + \frac{V^2}{2} + gz\right) \quad (۶۴-۵)$$

که بیان می‌کند که نرخ انتقال انرژی به یک حجم معیار توسط انتقال حرارت یا کار در یک جریان دائم با اختلاف میان نرخ جریان‌های انرژی خروجی و ورودی ناشی از جرم برابر می‌باشد.

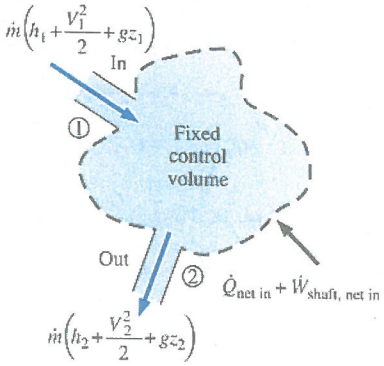
بسیاری از مسائل عملی فقط شامل یک ورودی و یک خروجی هستند (شکل ۵-۴۹). برای چنین دستگاه‌های تک جریانی دبی جرمی ثابت مانده و معادله ۵-۶۴ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{Q}_{net\ in} + \dot{W}_{shaft,net\ in} = \dot{m}\left(h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)\right) \quad (۶۵-۵)$$

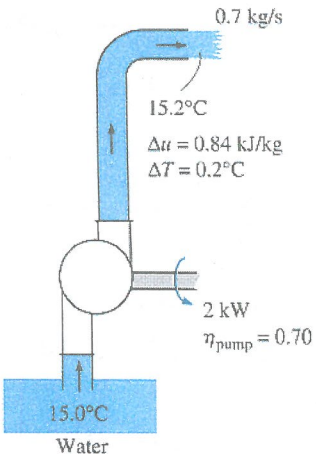
که زیرنویس‌های ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهنده ورودی و خروجی هستند. معادله انرژی جریان دائم بر واحد جرم با تقسیم معادله ۵-۶۵ بر دبی جرمی $\dot{m}$ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$q_{net\ in} + w_{shaft,net\ in} = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (۶۶-۵)$$

که $q_{net\,in} = \dot{Q}_{net\,in} / \dot{m}$ انتقال حرارت خالص به سیال بر واحد جرم و $w_{shaft,net\,in} = \dot{W}_{shaft,net\,in} / \dot{m}$ کار خالص محوری ورودی سیال بر واحد جرم می‌باشد، با استفاده از تعریف آنتالپی $h = u + P/\rho$ و بازآرایی، معادله انرژی جریان- دائم را به صورت



شکل ۵-۴۹ حجم معیاری که فقط یک ورودی و یک خروجی داشته و دارای مبادلات انرژی است.



شکل ۵-۵۰ انرژی مکانیکی تلف شده در یک سیستم جریان سیال منجر به افزایش انرژی داخلی سیال و بالا رفتن دمای سیال می‌شود.

زیر نیز می‌توان بیان کرد:

$$w_{shaft,net\ in} + \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2 + (u_2 - u_1 - q_{net\ in}) \qquad (۶۷-۵)$$

که u انرژی داخلی، P/ρ انرژی جریان، $V^2/2$ انرژی جنبشی و gz انرژی پتانسیل سیال است که همگی بر واحد جرم هستند. این روابط هم برای جریان‌های تراکم‌پذیر و هم تراکم‌ناپذیر صادق هستند.

سمت چپ معادله ۵-۶۷ بیانگر انرژی مکانیکی ورودی است، در حالی که سه جمله اول سمت راست نشان‌دهنده انرژی مکانیکی خروجی هستند. اگر جریان ایده‌آل بوده و فاقد بازگشت‌ناپذیری‌هایی چون اصطکاک باشد، انرژی مکانیکی کل ثابت مانده و عبارت داخل پرانتز $(u_2 - u_1 - q_{net\,in})$ باید مساوی صفر شود. یعنی:

$$q_{net\ in} = u_2 - u_1 \qquad (۶۸-۵)$$

هر گونه افزایش در $u_2 - u_1$ که بیشتر از $q_{net\ in}$ باشد باعث تبدیل بازگشت‌ناپذیر انرژی مکانیکی به انرژی گرمایی می‌شود و بنابراین $u_2 - u_1 - q_{net\ in}$ بیانگر افت انرژی مکانیکی می‌باشد (شکل ۵-۵۰)، یعنی:

$$e_{mech,loss} = u_2 - u_1 - q_{net\ in} \qquad (۶۹-۵)$$

برای سیالات تکفازی (گاز یا مایع) داریم $u_۲ - u_۱ = c_v(T_۲ - T_۱)$ که c_v گرمای ویژه حجم ثابت می‌باشد.

معادله انرژی جریان- دائم بر واحد جرم را به راحتی به صورت موازنه انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$e_{mech,in} = e_{mech,out} + e_{mech,loss} \qquad (۵-۷۰)$$

یا

$$w_{shaft,net\ in} + \frac{P_۱}{\rho_۱} + \frac{V_۱^۲}{۲} + gz_۱ = \frac{P_۲}{\rho_۲} + \frac{V_۲^۲}{۲} + gz_۲ + e_{mech,loss} \qquad (۵-۷۱)$$

توجه کنید که $w_{shaft,net\,in} = w_{shaft,\,in} - w_{shaft,\,out} = w_{pump} - w_{turbine}$، موازنه انرژی مکانیکی را می‌توان صریحاً به صورت زیر نوشت:

$$\frac{P_۱}{\rho_۱} + \frac{V_۱^۲}{۲} + gz_۱ + w_{pump} = \frac{P_۲}{\rho_۲} + \frac{V_۲^۲}{۲} + gz_۲ + w_{turbine} + e_{mech,loss} \qquad (۵-۷۲)$$

که w_{pump} کار مکانیکی ورودی (ناشی از وجود پمپ، دمنده، کمپرسور و غیره است) و $w_{turbine}$ کار مکانیکی خروجی است. هنگامی‌که جریان تراکم‌ناپذیر است، از فشار مطلق یا نسبی برای P می‌توان استفاده کرد که علت آن این است که P_{atm}/ρ در هر دو سمت رابطه ظاهر شده و آن را از دو طرف می‌توان حذف کرد.

با ضرب معادله ۵-۷۲ در دبی جرمی $\dot{m}$ رابطه زیر به‌دست می‌آید:

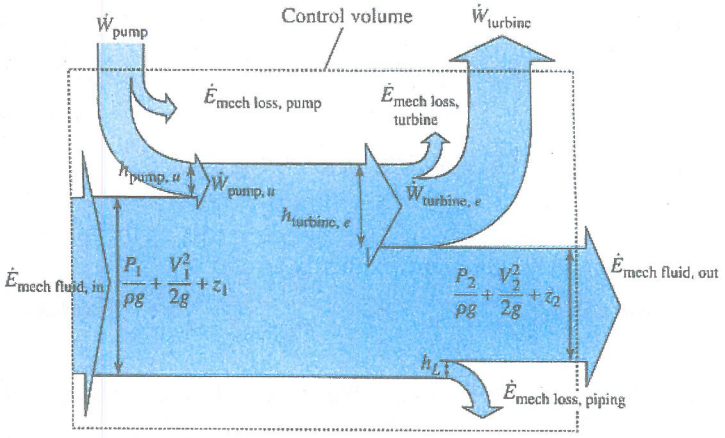
$$\dot{m}\left(\frac{P_۱}{\rho_۱} + \frac{V_۱^۲}{۲} + gz_۱\right) + \dot{W}_{pump} = \dot{m}\left(\frac{P_۲}{\rho_۲} + \frac{V_۲^۲}{۲} + gz_۲\right) + \dot{W}_{turbine} + \dot{E}_{mech,loss} \qquad (۵-۷۳)$$

که $\dot{W}_{pump}$ توان محوری ورودی به محور پمپ، $\dot{W}_{turbine}$ توان محوری خروجی از محور توربین و $\dot{E}_{mech,loss}$ افت توان مکانیکی کل می‌باشد، که شامل افت‌های پمپ و توربین همراه با افت‌های اصطکاکی در شبکه لوله‌کشی است، یعنی:

$$\dot{E}_{mech,loss} = \dot{E}_{mech\ loss,pump} + \dot{E}_{mech\ loss,turbine} + \dot{E}_{mech\ loss,piping}$$

بر طبق قرار داد، افت‌های بازگشت‌ناپذیر پمپ و توربین را مجزا از افت‌های ناشی از سایر اجزای سیستم لوله‌کشی در نظر می‌گیرند. بنابراین، معادله انرژی را به شکل متعارف آن بر حسب هدها به صورت زیر می‌توان بیان کرد (شکل ۵-۵۱)،

$$\frac{P_۱}{\rho_۱ g} + \frac{V_۱^۲}{۲g} + z_۱ + h_{pump,u} = \frac{P_۲}{\rho_۲ g} + \frac{V_۲^۲}{۲g} + z_۲ + h_{turbine,e} + h_L \qquad (۵-۷۴)$$



شکل ۵-۵۱ نمودار جریان انرژی مکانیکی برای یک سیستم جریان سیال که شامل یک پمپ و توربین است. ابعاد عمودی هر جمله انرژی برحسب ارتفاع ستون معادل سیال بیان شده‌اند یعنی، هد مرتبط شده به هر جمله از معادله ۵-۴۷.

که $h_{pump,u} = w_{pump,u} / g = \dot{W}_{pump,u} / \dot{m}g = \eta_{pump} \dot{W}_{pump} / \dot{m}g$ هد مفید تحویل داده شده به سیال توسط پمپ است. به علت افت‌های برگشت ناپذیر در پمپ، $h_{pump,u}$ به اندازه ضریب η_{pump} کمتر از $\dot{W}_{pump} / \dot{m}g$ می‌باشد. به همین صورت $h_{turbine,e} = w_{turbine,e} / g = \dot{W}_{turbine,e} / \dot{m}g = \dot{W}_{turbine} / \eta_{turbine} \dot{m}g$ هد استخراج شده از مایع توسط توربین است. به علت افت‌های بازگشت ناپذیر در توربین، $h_{tubine,e}$ به اندازهٔ ضریب $\eta_{turbine}$ بیشتر از $\dot{W}_{turbine} / \dot{m}g$ می‌باشد. سرانجام، $h_L = e_{much\ loss,piping} / g = \dot{E}_{much\ loss,piping} / \dot{m}g$ افت هد بازگشت‌ناپذیر بین حالات ۱و۲ است که ناشی از تمام اجزاء سیستم لوله کشی به غیر از پمپ یا توربین می‌باشد. گفتنی است که h_L بیانگر افت‌های اصطکاکی مربوط به جریان سیال در سیستم لوله‌کشی است و شامل افت‌هایی که در پمپ یا توربین روی می‌دهند و ناشی از عدم کارایی این دستگاه‌ها هستند، نمی‌باشد. این افت‌ها توسط η_{pump} و $\eta_{turbine}$ منظور شده‌اند. معادله ۵-۴۷ به صورت تصویری در شکل ۵-۵۱ نشان داده شده است.

اگر در سیستم لوله کشی پمپ، دمنده یا کمپرسوری موجود نباشد افت هد برابر با صفر است و اگر در سیستم توربین نباشد هد توربین نیز صفر است. هم‌چنین از افت هد h_L هنگامی‌که افت‌های اصطکاکی در سیستم لوله کشی در مقایسه با سایر جملات معادله ۵-۷۴ ناچیز هستند، می‌توان صرف‌نظر کرد.

حالت خاص: جریان تراکم‌ناپذیر بدون حضور دستگاه‌های با کار مکانیکی و اصطکاک ناچیز

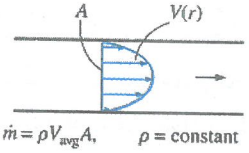
هنگامی‌که افت‌های لوله کشی ناچیز هستند، مقدار ناچیزی از انرژی مکانیکی به صورت انرژی گرمایی تلف می‌شود و همان‌طور که بعداً در مثال ۵-۱۱ نشان داده می‌شود $h_L = e_{much\ loss,\ piping} / g \cong 0$. هم‌چنین چون هیچ یک از دستگاه‌های شامل کار مکانیکی از قبیل: دمنده‌ها، پمپ‌ها یا توربین‌ها وجود ندارد $h_{pump,u}=h_{turbin,e}= 0$. پس معادله ۵-۷۴ به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2 \quad \text{یا} \quad \frac{P}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}+z=\text{ثابت} \qquad (۵-۷۵)$$

که همان معادله برنولی است که قبلاً با استفاده از قانون دوم نیوتن به‌دست آوردیم.

ضریب تصحیح انرژی جنبشی، α

سرعت متوسط جریان V_{avg} به صورتی تعریف شده که رابطه $\rho V_{avg} A$، دبی جرمی‌واقعی را می‌دهد. بنابراین، چیزی تحت عنوان ضریب تصحیح دبی جرمی وجود ندارد. با این وجود، همان‌طور که گاسپارد کوریولیس (۱۸۴۳-۱۷۹۲) نشان داد، انرژی جنبشی حاصل از رابطه $V^2/2$ با انرژی جنبشی واقعی جریان برابر نمی‌باشد زیرا که مربع یک مجموع با مجموع مربعات مؤلفه‌ها برابر نمی‌باشد (شکل ۵-۵۲). این خطا را با جایگزینی $\alpha V_{avg}^2/2$ به جای جمله انرژی جنبشی $V^2/2$ در معادله انرژی می‌توان تصحیح کرد، که α ضریب تصحیح انرژی جنبشی است. با استفاده از معادلاتی که تغییرات سرعت با شعاع را می‌دهد می‌توان نشان داد که ضریب تصحیح برای جریان آرام کاملاً توسعه یافته در لوله ۲ می‌باشد. برای جریان مغشوش کاملاً توسعه یافته در یک لوله گرد، این ضریب بین ۱٫۰۴ و ۱٫۱ می‌باشد.



$$\dot{m}=\rho V_{avg} A, \qquad \rho=\text{constant}$$

$$\dot{KE}_{act}=\int \text{ke}\,\delta\dot{m}=\int_A \frac{1}{2}V^2(r)[\rho V(r)\,dA]$$

$$=\frac{1}{2}\rho\int_A V^3(r)\,dA$$

$$\dot{KE}_{avg}=\frac{1}{2}\dot{m}V_{avg}^2=\frac{1}{2}\rho A V_{avg}^3$$

$$\alpha=\frac{\dot{KE}_{act}}{\dot{KE}_{avg}}=\frac{1}{A}\int_A\left(\frac{V(r)}{V_{avg}}\right)^3 dA$$

شکل ۵-۵۲ تعیین ضریب تصحیح انرژی جنبشی با استفاده از توزیع سرعت واقعی $V(r)$ و سرعت متوسط V_{avg} در یک سطح مقطع.

ضرایب تصحیح انرژی جنبشی اغلب در یک تحلیل مقدماتی نادیده گرفته می‌شوند (یعنی α برابر با ۱ انتخاب می‌شود) که علت آن این است که (۱) اغلب جریان‌هایی که در عمل با آنها مواجه می‌شویم، مغشوش هستند و ضریب تصحیح در این حالت نزدیک ۱ است و (۲) در معادله انرژی جملات انرژی جنبشی در مقایسه با سایر جملات نسبتاً کوچک هستند و ضرب آنها در یک ضریب کمتر از ۲ اختلاف زیادی به وجود نمی‌آورد. با این وجود باید به خاطر داشت که ممکن است شرایطی پیش بیاید که این ضرایب قابل توجه باشند، خصوصاً هنگامی‌که جریان آرام است، بنابراین، پیشنهاد می‌کنیم که در هنگام تحلیل مسائل جریان سیال همیشه ضریب تصحیح انرژی جنبشی را مدنظر قراردهید. هنگامی‌که ضرایب تصحیح انرژی را مدنظر قراردادیم، معادلات انرژی برای جریان دائم تراکم‌ناپذیر (معادلات ۵-۷۳ و ۵-۷۴) به صورت زیر در می‌آیند،

(۵-۷۶)

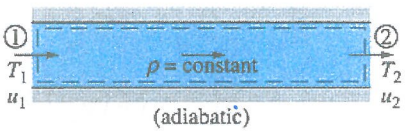
$$\dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2}+gz_1\right)+\dot{W}_{pump}=\dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2}+gz_2\right)+\dot{W}_{turbine}+\dot{E}_{mech,loss}$$

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{pump,u}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{turbine,e}+h_L \qquad (۵-۷۷)$$

اگر جریان در ورودی یا خروجی یک لوله، جریان مغشوش کاملاً توسعه یافته باشد، استفاده از α=۱٫۰۵ را به عنوان یک تخمین قابل قبول برای ضریب تصحیح پیشنهاد می‌کنیم. این کار به یک تخمین محافظه کارانه‌تر برای افت هد منجر می‌شود.

مثال ۵-۱۱ تأثیر اصطکاک روی دمای سیال و افت هد

نشان دهید که در جریان دائم و تراکم‌ناپذیر یک سیال در حالت آدیاباتیک (الف) دما ثابت مانده و اگر از اثرات اصطکاک صرف‌نظر شود، افت هدی نخواهیم داشت. (ب) اگر اثرات اصطکاکی موجود باشند و دما افزایش یابد افت هد ایجاد می‌شود. در مورد این‌که آیا امکان کاهش دمای سیال در چنین جریانی وجود دارد نیز بحث کنید (شکل ۵-۵۳).



شکل ۵-۵۳ شماتیک مثال ۵-۱۱.

حل: جریان دائم و تراکم‌ناپذیر در یک مقطع آدیاباتیک مدنظر است. هدف به دست آوردن اثرات اصطکاک بر دما و افت هد است.

فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- مقطع جریان آدیاباتیک است و بنابراین هیچ انتقال حرارتی وجود ندارد، $q_{net/\ in}=0$.

تحلیل: چگالی سیال در یک جریان تراکم‌ناپذیر ثابت می‌ماند و تغییر آنتروپی به صورت زیر است:

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

این رابطه تغییر آنتروپی سیال بر واحد جرم را در صورتی که سیال در مقطع جریان از حالت ۱در ورودی به حالت ۲ در خروجی جریان پیدا کند را نشان می‌دهد. تغییر آنتروپی توسط دو عامل ایجاد می‌شود، ۱) انتقال حرارت و ۲) برگشت‌ناپذیری‌ها. بنابراین در غیاب انتقال حرارت، تغییر آنتروپی فقط ناشی از بازگشت‌ناپذیری‌هاست که اثر آن همواره سبب افزایش آنتروپی می‌شود.

(الف) تغییر آنتروپی سیال در یک جریان آدیاباتیک ($q_{net\ /in}=0$) که فرایند آن هیچ‌گونه بازگشت‌ناپذیری‌هایی از قبیل اصطکاک و چرخش وجود ندارد برابر صفر است و بنابراین برای جریان بازگشت‌پذیر داریم:

تغییر دما: $$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 0 \quad \rightarrow T_2 = T_1$$

افت انرژی مکانیکی: $$e_{much loss, piping} = u_2 - u_1 - q_{net\ in} = c_v (T_2 - T_1) - q_{met\ in} = 0$$

افت هد: $$h_L = e_{much loss, piping} / g = 0$$

پس نتیجه می‌گیریم که اگر اثرات اصطکاک و انتقال حرارت ناچیز باشند، ۱- دمای سیال ثابت می‌ماند، ۲- هیچ مقدار از انرژی مکانیکی به انرژی گرمایی تبدیل نمی‌شود و ۳- هیچ‌گونه افت هد بازگشت‌ناپذیری وجود نخواهد داشت.

(ب) هنگامی‌که بازگشت‌ناپذیری‌هایی چون اصطکاک وجود دارند، تغییر آنتروپی مثبت است و بنابراین داریم:

تغییر دما: $$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} > 0 \quad \rightarrow T_2 > T_1$$

افت انرژی مکانیکی: $$e_{much loss, piping} = u_2 - u_1 - q_{net\ in} = c_v (T_2 - T_1) > 0$$

افت هد: $$h_L = e_{much loss, piping} / g > 0$$

پس نتیجه می‌گیریم که هنگامی‌که جریان آدیاباتیک و برگشت‌ناپذیر است، ۱- دمای سیال افزایش می‌یابد، ۲- مقداری از انرژی مکانیکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود، ۳- مقداری افت هد بازگشت ناپذیر وجود خواهد داشت.

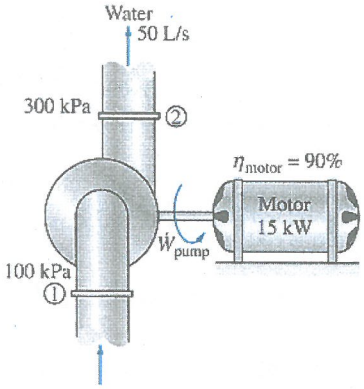
بحث: در یک جریان دائم، تراکم‌ناپذیر و آدیاباتیک امکان ندارد که دمای سیال کاهش یابد، زیرا که این امر مستلزم کاهش آنتروپی یک سیستم آدیاباتیک است که باعث نقض قانون دوم ترمودینامیک می‌شود.

مثال ۵-۱۲ توان پمپاژ و گرمایش اصطکاکی در یک پمپ

توان پمپ یک سیستم توزیع آب که با یک موتور الکتریکی تأمین می‌شود kW ۱۵ بوده و بازده آن هم ۹۰ درصد است (شکل ۵-۵۴). دبی آب عبوری از پمپ $50\,L/s$ است. قطر لوله‌های ورودی و خروجی یکسان هستند و اختلاف ارتفاع در سر تا سر پمپ قابل صرف‌نظر است. اگر فشارهای اندازه‌گیری شده در ورودی و خروجی پمپ به ترتیب $100\,kPa$ و $300\,kPa$ (فشار مطلق) باشند، (الف) بازده مکانیکی پمپ را محاسبه کنید. (ب) افزایش دمای آب را که ناشی از ناکارایی مکانیکی است تعیین کنید.

حل: فشارها در سر تا سر پمپ اندازه‌گیری شده است. بازده مکانیکی پمپ و افزایش دمای آب را تعیین کنید.

فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- نیروی محرکه پمپ با یک موتور خارجی تأمین می‌شود و حرارت تولیدی موتور هم به اتمسفر تخلیه می‌شود. ۳- اختلاف ارتفاع میان ورودی و خروجی پمپ قابل صرف‌نظر است، $z_1 \cong z_2$. ۴- قطرهای ورودی و خروجی یکسان هستند و بنابراین سرعت‌های ورودی و خروجی و ضرایب تصحیح انرژی جنبشی یکسان هستند $V_1 = V_2$ و $\alpha_1 = \alpha_2$.



شکل ۵-۵۴ شماتیک مثال مثال ۵-۱۲.

خواص: چگالی آب را $1kg/L = 1000kg/m^3$ در نظر می‌گیریم و گرمای ویژه آب $4/18 kJ/kg.^\circ C$ است.

تحلیل: (الف) دبی جرمی آب در سر تا سر پمپ عبارت است از:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1kg/L)(50 L/s) = 50 kg/s$$

توان موتور $15kW$ و بازده آن ۹۰ درصد است. بنابراین توان مکانیکی (محور) منتقل شده به پمپ برابر است با:

$$\dot{W}_{pump,shaft} = \eta_{motor} \dot{W}_{electric} = (0/90)(15\,kW) = 13/5\,kW$$

برای تعیین بازده مکانیکی پمپ باید میزان افزایش انرژی مکانیکی سیال عبوری از پمپ را بدانیم که مقدار آن به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\Delta \dot{E}_{mech,fluid} = \dot{E}_{mech,out} - \dot{E}_{mech,in} = \dot{m}\left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) - \dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right)$$

با ساده‌سازی برای این حالت و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

$$\Delta \dot{E}_{mech,fluid} = \dot{m}\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho}\right) = (50 kg/s)\left(\frac{(300-100)kPa}{1000 kg/m^3}\right)\left(\frac{1kJ}{1kPa.m^3}\right) = 10kW$$

پس بازده مکانیکی پمپ به صورت زیر است:

$$\eta_{pump} = \frac{\dot{W}_{pump,u}}{\dot{W}_{pump,shaft}} = \frac{\Delta \dot{E}_{mech,fluid}}{\dot{W}_{Pump,shaft}} = \frac{10\,kW}{13/5\,kW} = 0/741 \text{ یا } \%74/1$$

(ب) از $13/5\,kW$ توان تأمین شده توسط پمپ فقط $10kW$ آن به صورت انرژی مکانیکی به سیال داده می‌شود. $3/5kW$ باقیمانده به علت اثرات اصطکاکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود و این انرژی مکانیکی از دست رفته به صورت یک اثر گرمایشی در سیال ظاهر می‌شود،

$$\dot{E}_{mech,loss} = \dot{W}_{pump,shaft} - \Delta \dot{E}_{mech,fluid} = 13/5 - 10 = 3/5\,kW$$

افزایش دمای آب به علت این ناکارایی مکانیکی با استفاده از موازنه انرژی گرمایی به صورت $\dot{E}_{mech,loss} = \dot{m}(u_2 - u_1) = \dot{m}c\Delta T$ تعیین می‌شود. با حل معادله برای ΔT داریم،

$$\Delta T = \frac{E_{mech,loss}}{\dot{m}c} = \frac{3/5\,kW}{(50 kg/s)(4/18 kJ/kg.^\circ C)} = 0/017^\circ C$$

بنابراین، افزایش دمای آب در حین جریان در پمپ به علت وجود ناکارایی مکانیکی، $0.017^{\circ}C$ است.

بحث: در شرایط واقعی، چون گرمای ایجاد شده به بدنه پمپ و سپس از طریق بدنه به هوای محیط منتقل می‌شود، افزایش دمای آب، احتمالاً کمتر خواهد بود. اگر کل پمپ در آب غوطه‌ور شود، پس $1.5kW$ گرمای تلف شده به هوا که ناشی از وجود بازده مکانیکی است به صورت حرارت به آب محیط منتقل می‌شود. این امر سبب می‌شود تا دمای آب بیشتر افزایش یابد.

مثال ۵-۱۳ توان هیدروالکتریک تولیدی از یک سد

در یک نیروگاه هیدروالکتریک، $100 m^3/s$ آب از ارتفاع $120m$ به توربین رسیده و توان الکتریکی تولید می‌شود (شکل ۵-۵۵). افت هد برگشت ناپذیر سیستم لوله‌کشی از نقطه ۱ تا نقطه ۲ (به استثنای واحد توربین) $35m$ است. اگر بازده کلی توربین ژنراتور ۸۰ درصد باشد، توان الکتریکی خروجی را تخمین بزنید.

حل: هد در دسترس، دبی جریان، افت هد و بازده توربین هیدروالکتریک داده شده است. هدف تعیین توان الکتریکی خروجی است.

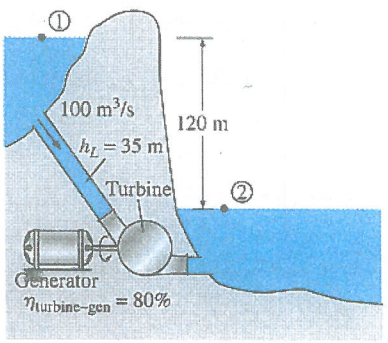
فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- سطح آب در منبع و محل تخلیه ثابت است.

خواص: چگالی آب را $1000 kg/m^3$ در نظر می‌گیریم.

تحلیل: دبی جرمی آب عبوری از توربین به صورت زیر است:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 kg/m^3)(100\ m^3/s) = 10^5\ kg/s$$

نقطه ۲ را به عنوان سطح مرجع در نظر می‌گیریم و بنابراین $z_2=0$ است. هم‌چنین هر دو نقطه ۱ و ۲ در تماس با اتمسفر هستند $(P_1 = P_2 = P_{atm})$ و سرعت‌های جریان در هر دو نقطه قابل صرف‌نظر هستند $(V_1 = V_2 = 0)$. پس معادله انرژی برای جریان دائم و تراکم‌ناپذیر



شکل ۵-۵۵ شماتیک مثال ۵-۱۳.

به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{pump,u}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{turbine,e}+h_L \rightarrow$$

$$h_{turbine,e}=z_1-h_L$$

با جایگذاری، هد توربین و توان آن برابر است با:

$$h_{turbine,e}=z_1-h_L=120-35=85\,m$$

$$\dot{W}_{tuirbine,e}=\dot{m}gh_{turbine,e}=(10^5\,kg/s)(9/81\,m/s^2)(85m)\left(\frac{1kJ/kg}{1000m^2/s^2}\right)=83400\,kW$$

بنابراین، یک ژنراتور- توربین کامل، از این منبع $83400\,kW$ الکتریسیته تولید خواهد کرد.

توان الکتریکی تولید شده توسط واحد واقعی به صورت زیر است:

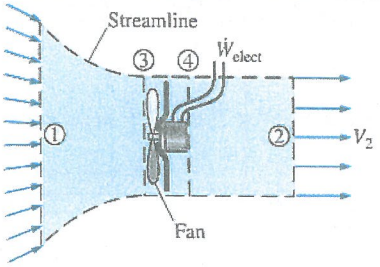
$$\dot{W}=_{electric}=\eta_{turbine-gen}\dot{W}_{turbine,e}=(0/80)(83/4\,MW)=66/7\,MW$$

بحث: گفتنی است که توان تولیدی به ازای هر یک درصد افزایش بازده، توربین- ژنراتور تقریباً به اندازهٔ $1MW$ افزایش خواهد یافت.

مثال ۵-۱۴ انتخاب دمنده برای خنک‌سازی هوا در یک کامپیوتر

دمنده‌ای برای خنک کردن یک محفظه کامپیوتر به ابعاد $12cm\times40cm\times4cm$ انتخاب شده است (شکل ۵-۵۶). انتظار می‌رود که نصف حجم محفظه کامپیوتر با قطعات آن پوشیده شده و نیمه دیگر آن پر از هوا باشد. سوراخی به قطر $5cm$ در پشت محفظه برای نصب یک فن موجود است که در هر ثانیه هوای موجود در فضای خالی را تأمین می‌کند. سیستم‌های موتور- دمنده کم توان در بازار موجود هستند که بازده آنها در حدود ۳۰ درصد است. (الف) توان سیستم موتور- فن خریداری شده را تعیین کنید. (ب) اختلاف فشار دو طرف دمنده را به دست آورید. چگالی هوا را $1/20\,kg/m^3$ در نظر بگیرید.

حل: دمنده با تعویض کامل هوای داخل محفظه در هر ثانیه برای خنک کردن محفظه کامپیوتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف تعیین توان فن و اختلاف فشار در سرتاسر دمنده می‌باشد.



شکل ۵-۵۶ شماتیک مثال ۵-۱۴.

فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- از افت‌های دیگری که باعث ناکارایی سیستم دمنده- موتور می‌شود صرف‌نظر شده است. (h_L=۰). ۳- جریان خروجی به جز در نزدیکی مرکز تقریباً یکنواخت است (به خاطر دنباله ایجاد شده از موتور دمنده) و ضریب تصحیح انرژی جنبشی در خروج را ۱٫۱۰ در نظر می‌گیریم.

خواص: چگالی هوا را $1{,}20\,kg/m^3$ در نظر بگیرید.

تحلیل: (الف) توجه کنید که نصف حجم محفظه توسط قطعات کامپیوتر اشغال شده است و حجم هوا در محفظه کامپیوتر به صورت زیر است:

$$\forall = \frac{\text{حجم فضای خالی}}{\text{کل حجم محفظه کامپیوتر}}$$

$$= 0{,}5\,(12\,cm \times 40\,cm \times 40\,cm) = 9600\,cm^3$$

بنابراین، دبی‌های حجمی و جرمی هوا به صورت زیر هستند:

$$\forall = \frac{\dot{\forall}}{\Delta t} = \frac{9600\,cm^3}{1\,s} = 9600\,cm^3/s = 9{,}6\times10^{-3}\,m^3/s$$

$$\dot{m} = \rho\dot{\forall} = (1{,}20\,kg/m^3)(9{,}6\times10^{-3}\,m^3/s) = 0{,}0115\,kg/s$$

سطح مقطع سوراخ ورودی و سرعت متوسط هوای خروجی برابر است با :

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi\,(0{,}05\,m)^2}{4} = 1{,}96\times10^{-3}\,m^2$$

$$V = \frac{\dot{\forall}}{A} = \frac{9{,}6\times10^{-3}\,m^3/s}{1{,}96\times10^{-3}\,m^2} = 4{,}90\,m/s$$

مطابق شکل ۵-۵۶، حجم معیار را به صورتی در دور فن در نظر می‌گیریم که هم ورودی و هم خروجی در فشار اتمسفر باشند ($P_1 = P_2 = P_{atm}$) و مقطع ورودی ۱ بزرگ و به اندازه کافی دور از دمنده باشد به طوری که سرعت جریان در مقطع ورودی قابل صرف‌نظر باشد ($V_1 \cong 0$). توجه کنید که z_1=z_2 و افت‌های اصطکاکی در جریان نادیده گرفته شده‌اند و افت‌های مکانیکی فقط شامل افت‌های دمنده هستند و معادله انرژی (معادله ۵-۷۶) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\dot{m}\left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha\frac{V_1^2}{2}^{\nearrow\,0} + gz_1\right) + \dot{W}_{fan} = in\left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2\frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) + \dot{W}_{turbine}^{\nearrow\,0} + \dot{E}_{mech\,loss,\,fan}$$

با حل معادله برای $\dot{W}_{fan} - \dot{E}_{mech\ \ loss,fan} = \dot{W}_{fan,u}$ و جایگذاری داریم،

$$\dot{W}_{fan,u} = \dot{m}\alpha_2\frac{V_2^2}{2} = (0{,}0115\,kg/s)(1{,}10)\frac{(4{,}90\,m/s)^2}{2}\left(\frac{1\,N}{1\,kg.m/s^2}\right) = 0{,}152\,W$$

پس توان الکتریکی ورودی مورد نیاز برای دمنده به صورت زیر است:

$$\dot{W}_{elect} = \frac{\dot{W}_{fan,u}}{\eta_{fan-motor}} = \frac{۰/۱۵۲W}{۰/۳} = ۰/۵۰۶W$$

بنابراین برای این کار، دمنده- موتوری با توانی در حدود نیم وات برای این کار مناسب می‌باشد.

(ب) برای تعیین اختلاف فشار دو سر دمنده، نقاط ۳و۴ را روی یک خط افقی در دو طرف دمنده در نظر می‌گیریم. چون دمنده دارای یک سطح مقطع بسیار باریک است، $z_۴ = z_۳$ و $V_۳=V_۴$ و معادله انرژی به صورت زیر می‌شود:

$$\dot{m}\frac{P_۳}{\rho} + \dot{W}_{fan} = \dot{m}\frac{P_۴}{\rho} + \dot{E}_{mech\ loss,fan} \rightarrow \dot{W}_{fan,u} = \dot{m}\frac{P_۴ - P_۳}{\rho}$$

با حل معادله برای $P_۴-P_۳$ و جایگذاری داریم:

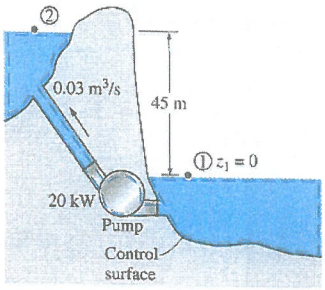
$$P_۴ - P_۳ = \frac{\rho\dot{W}_{fan,u}}{\dot{m}} = \frac{(۱/۲\ kg/m^۳)(۰/۱۵۲W)}{۰/۰۱۱۵kg/s}\left(\frac{۱Pa.m^۳}{۱Ws}\right) = ۱۵/۸Pa$$

بنابراین افزایش فشار در طول دمنده $۱۵/۸Pa$ می‌باشد.

بحث: بازده سیستم موتور- دمنده ۳۰ درصد است که به این معناست که ۳۰ درصد از توان الکتریکی به انرژی مکانیکی مفید تبدیل می‌شود در حالی‌که مابقی (۷۰ درصد) هدر رفته و به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. هم‌چنین در یک سیستم واقعی برای غلبه بر افت‌های اصطکاکی موجود در محفظه کامپیوتر به یک دمنده قوی‌تر نیاز است. توجه کنید که اگر از ضریب تصحیح انرژی جنبشی در خروجی صرف‌نظر کرده بودیم، توان الکتریکی مورد نیاز و افزایش فشار ۱۰ درصد کمتر از این حالت می‌بود (به ترتیب $۰/۴۶W$ و $۱۴/۴Pa$).

مثال ۵-۱۵ افت هد و توان در حین پمپاژ آب

پمپی آب را از منبعی به منبع بلندتری پمپ می‌کند. این پمپ $۲۰kW$ توان مکانیکی مفید به آب می‌دهد (شکل ۵-۵۷). سطح آزاد منبع بالایی $۴۵m$ بالاتر از سطح آزاد منبع پایینی است.



شکل ۵-۵۷ شماتیک مثال ۵-۱۵.

اگر دبی حجمی اندازه‌گیری شده $0/03 m^3/s$ باشد، افت هد برگشت‌ناپذیر سیستم و توان مکانیکی تلف شده را به دست آورید.

حل: آب از منبعی به منبع بالاتری پمپ می‌شود. افت هد و توان مربوط به این فرایند را به دست آورید.

فرضیات: ۱- جریان دائم و تراکم‌ناپذیر است. ۲- اختلاف ارتفاع میان منابع ثابت است.

خواص: چگالی آب را $1000 kg/m^3$ در نظر می‌گیریم.

تحلیل: دبی جرمی آب در سیستم به صورت زیر است:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 kg/m^3)(0/03 m^3/s) = 30 kg/s$$

نقاط ۱و۲ را به ترتیب در سطوح آزاد منابع پایینی و بالایی انتخاب می‌کنیم و سطح آزاد منبع پایینی را به عنوان سطح مبنا ($z_1=0$) انتخاب می‌کنیم. هر دو نقطه در فشار اتمسفر قرار دارند ($P_1 = P_2 = P_{atm}$) و سرعت‌ها در هر دو نقطه قابل صرف‌نظر هستند ($V_1 = V_2 = 0$)، پس معادله انرژی برای جریان دائم تراکم‌ناپذیر در حجم معیار واقع بین این دو نقطه به صورت زیر است،

$$\dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) + \dot{W}_{pump} = \dot{m}\left(\frac{P}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) + \dot{W}_{turbine} + \dot{E}_{mech,loss}$$

$$\dot{W}_{pump} = \dot{m}gz_2 + \dot{E}_{mech,\,loss} \rightarrow \dot{E}_{mech,\,loss} = \dot{W}_{pump} - \dot{m}gz_2$$

با جایگذاری، توان مکانیکی تلف شده، افت هد به صورت زیر می‌شود،

$$\dot{E}_{mech,loss} = 20 kW - (30 kg/s)(9/81 m/s^2)(45 m)\left(\frac{1 N}{1 kg./m/s^2}\right)\left(\frac{1 kW}{1000 N.m/s}\right)$$

$$= 6/76 \; kW$$

توجه کنید که تمام افت‌های مکانیکی ناشی از افت‌های اصطکاکی در سیستم لوله‌کشی هستند و بنابراین $\dot{E}_{mech\ loss} = \dot{E}_{mech\ loss,\ piping}$، افت هد برگشت‌ناپذیر به صورت زیر می‌شود،

$$h_L = \frac{\dot{E}_{muchloss,\,piping}}{\dot{m}g} = \frac{6/76 kW}{(30 kg/s)(9/81 m/s^2)}\left(\frac{1 kg.m/s^2}{1 N}\right)\left(\frac{1000 N.m/s}{1 kW}\right) = 23 m$$

بحث: در سیستم لوله‌کشی توان $6/76 kW$ برای غلبه بر اصطکاک مورد استفاده قرار گرفته است. گفتنی است که اگر افت هد بازگشت‌ناپذیری در سیستم موجود نباشد پمپ قادر خواهد

بود که آب را ۲۳ متر بیشتر بالا برد در چنین حالت ایده‌آلی اگر آب از منبع بالا به سمت منبع پایین جریان یابد، پمپ مانند یک توربین عمل کرده و ۲۰kW قدرت از آب می‌گیرد.

جمع‌بندی

این فصل به معادلات جرم، برنولی و انرژی همراه با کاربردهای آنها می‌پردازد. مقدار جرم عبوری از یک سطح مقطع بر واحد زمان دبی جرمی‌نامیده می‌شود و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{m} = \rho V A_c = \rho \dot{\forall}$$

که ρ چگالی، V سرعت متوسط، $\dot{\forall}$ دبی حجمی‌سیال و A_c سطح مقطع عمود بر جهت جریان است. رابطه بقای جرم برای یک حجم معیار به صورت زیر است:

$$\frac{d}{dt}\int_{CV} \rho \, d\forall + \int_{CV} \rho(\vec{V}.\vec{n})dA = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{dm_{CV}}{dt} = \sum_{in} \dot{m} - \sum_{out} \dot{m}$$

که بیان می‌کند که نرخ زمانی تغییر جرم در داخل حجم معیار به علاوه نرخ خالص دبی جرمی‌عبوری از سطح معیار برابر با صفر است.

برای دستگاه‌های جریان پایدار، اصل بقای جرم به صورت زیر بیان می‌شود.

جریان دائم:
$$\sum_{in} \dot{m} = \sum_{out} \dot{m}$$

جریان دائم (تک جریانی):
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

جریان تراکم‌ناپذیر، دائم :
$$\sum_{in} \dot{\forall} = \sum_{out} \dot{\forall}$$

جریان تراکم‌ناپذیر، دائم(تک جریانی):
$$\dot{\forall}_1 = \dot{\forall}_2 \rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2$$

انرژی مکانیکی شکلی از انرژی است که با سرعت، ارتفاع و فشار سیال مرتبط است و می‌تواند به صورت کامل و مستقیم توسط یک دستگاه ایده‌آل مکانیکی به کار مکانیکی تبدیل شود. بازده دستگاه‌های مختلف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_{pump} = \frac{\Delta \dot{E}_{mech,\,fuid}}{\dot{W}_{shaft,\,in}} = \frac{\dot{W}_{pump,u}}{\dot{W}_{pump}}$$

$$\eta_{turbine} = \frac{\dot{W}_{shaft,out}}{\left|\Delta \dot{E}_{mech,\,fluid}\right|} = \frac{\dot{W}_{turbine}}{\dot{W}_{turbine,e}}$$

$$\eta_{motor} = \frac{\text{توان مکانیکی خروجی}}{\text{توان الکتریکی خروجی}} = \frac{\dot{W}_{shadft,out}}{\dot{W}_{elect,in}}$$

$$\eta_{generator} = \frac{\text{توان الکتریکی خروجی}}{\text{توان مکانیکی ورودی}} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\dot{W}_{shaft,in}}$$

$$\eta_{pump-motor} = \eta_{pump}\eta_{motor} = \frac{\Delta\dot{E}_{mech,\,fuid}}{\dot{W}_{elect,in}} = \frac{\dot{W}_{pump,u}}{\dot{W}_{elect,in}}$$

$$\eta_{turbine-gen} = \eta_{turbine}\eta_{generator} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\left|\Delta\dot{E}_{mech,\,fluid}\right|} = \frac{\dot{W}_{elect,out}}{\dot{W}_{turbine,e}}$$

معادله برنولی رابطه‌ای میان فشار، سرعت و ارتفاع در جریان تراکم‌ناپذیر و دائم در امتداد یک خط جریان است و در مناطقی که نیروهای لزجت خالص قابل صرف‌نظر هستند به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{ثابت}$$

این رابطه را میان دو نقطه روی یک خط جریان به صورت زیر هم می‌توان بیان کرد:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

معادله برنولی بیانی برای موازنه انرژی مکانیکی است که می‌تواند به صورت زیر بیان شود: مجموع انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و جریان برای یک ذره سیال در امتداد یک خط جریان در یک جریان دائم هنگامی‌که اثرات تراکم‌پذیری و اصطکاکی قابل صرف‌نظر باشد ثابت می‌ماند.
با ضرب معادله برنولی در چگالی رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$P + \rho\frac{V^2}{2} + \rho gz = \text{ثابت}$$

که P فشار استاتیکی است که بیانگر فشار واقعی سیال است، $\rho V^2/2$ فشار دینامیک است که هنگامی‌که سیال در حال حرکت به سکون برسد، افزایش فشار را نشان می‌دهد و ρgz فشار هیدرواستاتیک است که اثرات وزن سیال روی فشار را نشان می‌دهد. مجموع فشارهای استاتیک، دینامیک و هیدرواستاتیک فشار کل نامیده می‌شود. معادله برنولی بیان می‌کند که

فشار کل در امتداد یک خط جریان ثابت است. مجموع فشارهای استاتیک و دینامیک فشار سکون نامیده می‌شود که نشان دهنده فشار در نقطه‌ای است که سیال به صورت بدون اصطکاک به سکون کامل برسد. با تقسیم هر جمله بر g معادله برنولی را بر حسب جملات هد می‌توان بیان کرد:

$$\frac{P}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}+z=H=\text{ثابت}$$

که $P/\rho g$ هد فشار است که بیانگر ارتفاع ستون سیالی است که فشار استاتیک را ایجاد می‌کند، $V^2/2g$ هد سرعت است که بیانگر ارتفاع مورد نیاز برای رسیدن به سرعت V در حین سقوط آزاد بدون اصطکاک است و z هد ارتفاع است که بیانگر انرژی پتانسیل است. هم‌چنین، H هد کل برای جریان است. خطی که نشان‌دهنده مجموع هد فشار و هد ارتفاع $P/\rho g+z$ است، خط درجه هیدرولیکی (HGL) نامیده می‌شود و خطی که نشان‌دهنده هد کلی جریان $P/\rho g+V^2/2g+z$ است، خط درجه انرژی (EGL) نامیده می‌شود.

معادله انرژی برای جریان دائم، تراکم‌ناپذیر را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{pump,\,u}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{turbine,e}+h_L$$

که در آن

$$h_{pump,u}=\frac{w_{pump,u}}{g}=\frac{\dot{W}_{pump,u}}{\dot{m}g}=\frac{\eta_{pump}\dot{W}_{pump}}{\dot{m}g}$$

$$h_{turbine,e}=\frac{w_{turbine,e}}{g}=\frac{\dot{W}_{turbine,e}}{\dot{m}g}=\frac{\dot{W}_{turbine}}{\eta_{turbine}\dot{m}g}$$

$$h_L=\frac{e_{mech\ loss,\,piping}}{g}=\frac{\dot{E}_{mech\ loss,\,piping}}{\dot{m}g}$$

$$e_{mech,\,loss}=u_2-u_1-q_{net\ in}$$

معادلات جرم، برنولی و انرژی سه رابطه بسیار اساسی در مکانیک سیالات هستند و به طور گسترده در فصول آتی استفاده می‌شوند. در فصل ۶، معادله برنولی یا انرژی همراه با معادلات جرم و مومنتوم برای تعیین نیروها و گشتاورهای وارد بر سیستم‌های سیالی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در فصل ۸ و ۱۴ معادلات جرم و انرژی برای تعیین توان مورد نیاز برای پمپاژ در یک سیستم سیالی و طراحی و تحلیل توربوماشین‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در فصول ۱۲ و ۱۳ معادله انرژی تا حدی برای تحلیل جریان تراکم‌پذیر و جریان در کانال‌های باز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مسائل

بقای جرم

۵-۱ نام چهار کمیت فیزیکی که در طی یک فرایند دارای بقا هستند را بنویسید، هم‌چنین نام دو کمیت که در حین فرایند دارای بقا نیستند را بنویسید.

۵-۲ دبی جرمی و حجمی را تعریف کنید. این دو چگونه به یکدیگر مرتبط می‌شوند؟

۵-۳ آیا مقدار جرم ورودی به یک حجم معیار در یک فرایند جریان غیر دائم با مقدار جرم خروجی برابر است؟

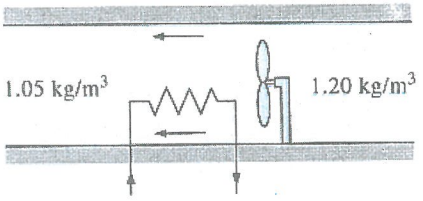
۵-۴ چه موقع جریان در یک حجم معیار دائم است؟

۵-۵ دستگاهی با یک ورودی و یک خروجی را در نظر بگیرید. اگر دبی‌های حجمی در ورود و خروج یکسان باشند، آیا جریان در این دستگاه دائم است؟ چرا؟

۵-۶ از یک شلنگ آبیاری که نازلی به آن متصل شده برای پر کردن یک ظرف به حجم $۲۰ gal$ استفاده می‌شود. قطر داخلی شلنگ $1 in$ است و در خروجی نازل قطر آن به $۰/۵ in$ کاهش می‌یابد. اگر سرعت متوسط در شلنگ $۸ ft/s$ باشد، (الف) دبی‌های جرمی و حجمی آب در شلنگ را تعیین کنید. (ب) چه مدت طول می‌کشد تا ظرف پر از آب شود و (ج) سرعت متوسط آب در خروجی نازل را به دست آورید. جواب‌ها: (الف) $۰/۵۳ kg/s$، (ب) $۳۸/۷ cm^2$

۵-۷ هوا به صورت دائم با دبی جرمی $۲/۲۱ kg/m^3$ و سرعت $۳۰ m/s$ وارد یک نازل شده و با دبی جرمی $۰/۷۶۲ kg/m^3$ و سرعت $۱۸۰ m/s$ نازل را ترک می‌کند. اگر مساحت ورودی نازل $۸۰ cm^2$ باشد، (الف) دبی جرمی در نازل را تعیین کنید و (ب) مساحت خروجی نازل را به دست آورید.

۵-۸ یک خشک‌کن اساساً کانالی با قطر ثابت است که چند لایه مقاومت الکتریکی در آن قرار دارد. دمنده کوچکی هوا را مکیده و از روی مقاومتی عبور داده و آن را گرم می‌کند. اگر چگالی هوای ورودی $۱/۲۰ kg/m^3$ بوده و در خروجی $۱/۰۵ kg/m^3$ باشد، درصد افزایش سرعت هوا در حین عبور از خشک کن را به دست آورید.

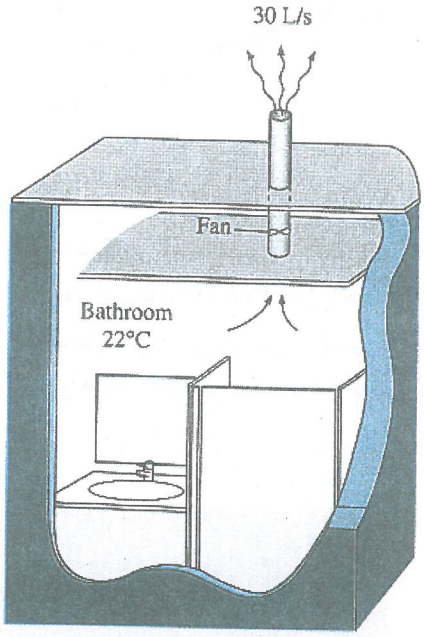


شکل م۵-۸

۹-۵ هوا با چگالی $0/078 lbm/ft^3$ در دبی حجمی $450 ft^3/min$ وارد مجرای یک سیستم تهویه مطبوع می‌شود. اگر قطر مجرا $10 in$ باشد، سرعت هوا در ورودی مجرا و دبی جرمی‌هوا را به دست آورید.

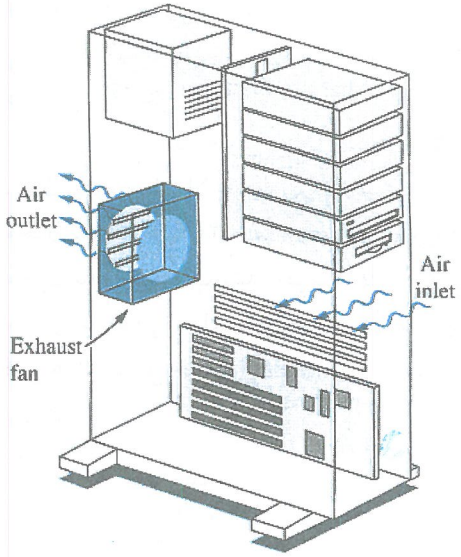
۱۰-۵ مخزن صلبی با حجم $1 m^3$ در ابتدا حاوی هوا با چگالی $1/18 kg/m^3$ است. شیری مخزن را به یک خط تغذیه فشار بالا متصل می‌کند. شیر باز می‌شود و تا زمانی که چگالی هوا در مخزن به $7/20 kg/m^3$ می‌رسد، جریان ورود هوا ادامه می‌یابد. جرم هوایی که وارد مخزن شده را حساب کنید. جواب: $6/02 kg$

۱۱-۵ دمندهٔ تهویه حمام در ساختمانی دارای دبی حجمی $30 L/s$ بوده و به طور پیوسته کار می‌کند. اگر چگالی هوای داخل حمام $1/20 kg/m^3$ باشد، جرم هوای تهویه شده در یک روز را تعیین کنید.



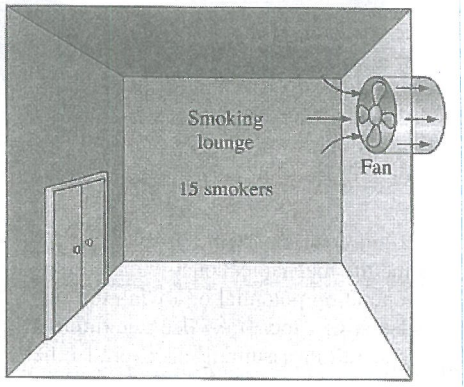
شکل م۵-۱۱

۱۲-۵ یک کامپیوتر رومیزی توسط دمنده‌ای با دبی حجمی $0/34 m^3/min$ خنک می‌شود. دبی جرمی‌هوای عبوری از دمنده را در ارتفاع $3400 m$ که چگالی هوا $0/7 kg/m^3$ است، به دست آورید. هم‌چنین، اگر سرعت متوسط هوا از $110 m/min$ تجاوز نکند، قطر تیغه دمنده را به دست آورید. جواب‌ها: $0/238 kg/min$، $0/063 m$



شکل م۵-۱۲

۵-۱۳ سالنی که مخصوص افراد سیگاری است توسط ۱۵ نفر اشغال شده است. حداقل هوای تازه برای سیگار کشیدن در این اتاق $30 L/s$ برای هر فرد می‌باشد (*ASHRAE*، استاندارد ۶۲، ۱۹۸۹). حداقل دبی هوای تازه مورد نیازی که باید به اتاق وارد شود را به دست آورید و اگر بخواهیم سرعت هوا از $8 m/s$ تجاوز نکند، قطر مجرا را تعیین کنید.



شکل م۵-۱۳

۵-۱۴ حداقل هوای تازه مورد نیاز برای یک ساختمان مسکونی ۰٫۳۵ بار تغییر در هر ساعت است (*ASHRAE*، استاندارد ۶۲، ۱۹۸۹). یعنی در هر ساعت ۳۵ درصد کل هوای موجود در ساختمان باید با هوای تازه بیرون جایگزین شود. اگر برای تهویه کامل هوای یک مکان مسکونی به ارتفاع $2,7m$ و مساحت $200m^2$ به یک دستگاه دمنده نیاز باشد، ظرفیت دمنده را بر حسب $L/\min$ تعیین کنید. اگر سرعت هوا از $6m/s$ تجاوز نکند، قطر مجرا را به دست آورید.

انرژی مکانیکی و بازده

۵-۱۵ انرژی مکانیکی چیست؟ تفاوت آن با انرژی گرمایی چیست؟ شکل‌های مختلف انرژی مکانیکی در یک جریان سیال کدام‌اند؟

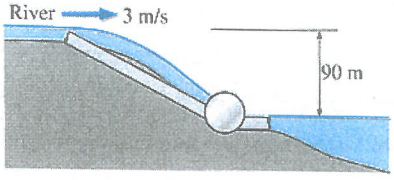
۵-۱۶ بازده مکانیکی چیست؟ برای یک توربین هیدرولیکی، بازده مکانیکی ۱۰۰ درصد به چه معناست؟

۵-۱۷ بازده ترکیبی موتور- پمپ برای یک سیستم پمپ و موتور به چه صورت تعریف می‌شود؟ آیا بازده ترکیبی موتور- پمپ بیشتر از بازده‌های پمپ یا موتور تنها می‌باشد؟

۵-۱۸ بازده توربین و ژنراتور و بازده مرکب توربین- ژنراتور را تعریف کنید.

۵-۱۹ رودخانه‌ای $90m$ بالاتر از سطح دریاچه‌ای قرار داشته و با سرعت متوسط $3m/s$ و دبی حجمی $500m^3/s$ به سمت دریاچه در حرکت است. انرژی مکانیکی کل آب رودخانه بر واحد جرم و توان پتانسیل رودخانه در آن مکان را به دست آورید.

جواب: $444\,MW$



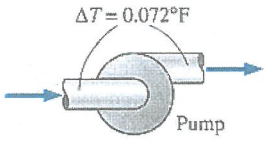
شکل م ۵-۱۹

۵-۲۰ توان الکتریکی با نصب یک ژنراتور- توربین هیدرولیکی در مکانی که $70m$ پایین‌تر از سطح آزاد یک منبع آب است، تولید می‌شود و می‌تواند آب را با دبی جرمی $1500kg/s$ به صورت دائم تأمین کند. اگر توان مکانیکی خروجی توربین $800kW$ و توان الکتریکی تولید شده $750kW$ باشد، بازده توربین و بازده مجموع توربین- ژنراتور را در این نیروگاه به دست آورید. از افت‌های موجود در لوله‌ها صرف‌نظر کنید.

۲۱-۵ در مکان مشخصی باد به صورت دائم با سرعت $۱۲ m/s$ در حال وزیدن است، انرژی مکانیکی هوا بر واحد جرم و پتانسیل تولید توربین باد نصب شده در آن نقطه را که قطر پره‌های آن $۵۰m$ است به دست آورید. هم‌چنین با فرض کارایی مرکب ۳۰ درصد توان الکتریکی تولیدی واقعی را تعیین کنید. چگالی هوا را $۲۵ kg/m^۳$ را در نظر بگیرید.

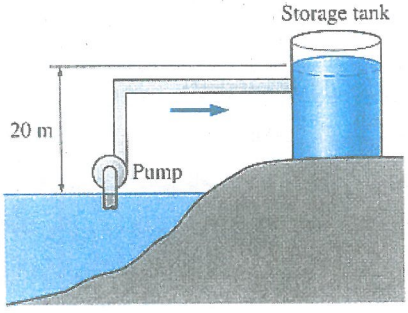
۲۲-۵ مسأله ۵-۲۱ را در نظر بگیرید. با استفاده از *EES* (یا هر نرم افزار دیگر) اثر سرعت باد و قطر پره‌های دوار را بر روی توان تولید شده به دست آورید. فرض کنید که سرعت باد از ۵ تا $۲۰ m/s$ در بازه‌های $۵ m/s$ تغییر می‌کند و قطر هم از ۲۰ تا $۸۰m$ در بازه‌هایی $۲۰m$ تغییر کند. نتایج را جدول‌بندی کرده و در مورد تأثیر آنها بحث کنید.

۲۳-۵ یک ترموکوپل دیفرانسیلی که سنسورهای آن در ورودی و خروجی پمپی نصب شده، نشان می‌دهد که دمای آب در هنگام جریان در پمپ با دبی حجمی $۱/۵ ft^۳/s$ به اندازه $۰/۰۷۲^\circ F$ افزایش می‌یابد. اگر توان محوری ورودی به پمپ $۲۷hp$ باشد، بازده مکانیکی پمپ را به دست آورید.



شکل م ۵-۲۴

۲۴-۵ آب از دریاچه‌ای به یک مخزن ذخیره که در $۲۰m$ بالای آن قرار دارد با دبی حجمی $۷۰ L/s$ پمپ می‌شود و در این فرایند توان الکتریکی مصرف شده $۲۰/۴kW$ می‌باشد. با صرف‌نظر از افت‌های اصطکاکی و هم‌چنین چشم‌پوشی از تغییر انرژی جنبشی، (الف) بازده کل سیستم پمپ- موتور و (ب) تعیین اختلاف فشار میان ورودی و خروجی پمپ را محاسبه کنید.



شکل م۵-۲۴

معادله برنولی

۲۵-۵ شتاب در راستای خط جریان چیست؟ تفاوت آن با شتاب عمودی چیست؟ آیا یک ذره سیال در جریان دائم شتاب می‌گیرد؟

۲۶-۵ معادله برنولی را به سه گونه مختلف با استفاده از (الف) انرژی‌ها، (ب) فشارها و (ج) هدها بیان کنید.

۲۷-۵ سه فرض اساسی مورد استفاده در به دست آوردن معادله برنولی چیست؟

۲۸-۵ فشار استاتیک، دینامیک و هیدرواستاتیک را تعریف کنید. تحت چه شرایطی مجموع آنها در یک جریان ثابت می‌ماند؟

۲۹-۵ فشار سکون چیست؟ توضیح دهید که این فشار چگونه اندازه‌گیری می‌شود.

۳۰-۵ برای یک جریان سیال هد فشار، هد سرعت و هد ارتفاع را تعریف کنید و برای یک جریان سیال با فشار P، سرعت V و ارتفاع z آنها را بیان کنید.

۳۱-۵ خط درجه هیدرولیکی چیست؟ تفاوت آن با خط درجه انرژی چیست؟ تحت چه شرایطی هر دو خط در سطح آزاد یک مایع بر هم منطبق می‌شوند؟

۳۲-۵ مکان خط درجه هیدرولیکی برای جریان در کانال باز چه طور تعیین می‌شود؟ مکان آن در خروجی یک لوله که به اتمسفر تخلیه می‌شود چگونه تعیین می‌شود؟

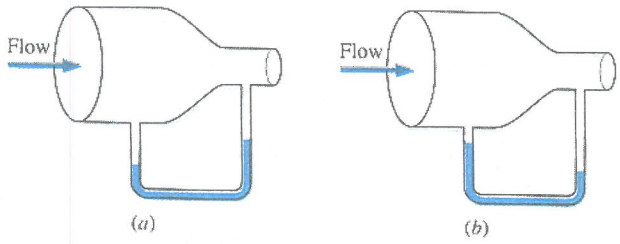
۳۳-۵ سطح آب در مخزنی که در پشت بام خانه‌ای قرار گرفته $20m$ بالاتر از سطح زمین است و شلنگی از کف مخزن به زمین وصل است در خروجی شلنگ نازلی قرار دارد که جهت آن به طور مستقیم به سمت بالا است. حداکثر ارتفاعی که آب بالا می‌رود چقدر است؟ چه پارامترهایی ارتفاع را کاهش می‌دهند؟

۳۴-۵ در یک کاربرد مشخص سیفونی باید از روی دیوار بلندی عبور کند. آیا آب یا روغنی با چگالی ویژه ۰٫۸ را می‌توانیم به روی دیوار بلند بفرستیم؟ چرا؟

۳۵-۵ توضیح دهید که یک سیفون چرا و چگونه کار می‌کند. فردی ادعا می‌کند که آب سرد را به بالای یک دیوار $7m$ سیفون می‌کند. آیا این امر امکان‌پذیر است؟ توضیح دهید.

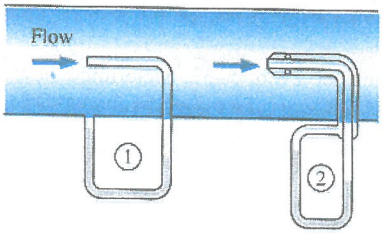
۳۶-۵ دانش آموزی در سطح دریا آب را تا $8,5m$ بالای یک دیوار سیفون می‌کند. او سپس به قله کوه شاستا (به ارتفاع $4390m$ و $P_{atm}=58,5kPa$) صعود کرده و سعی می‌کند که آزمایش قبلی را تکرار کند. پیش بینی او از این آزمایش را توضیح دهید.

۳۷-۵ مانومتر شیشه‌ای که سیال عامل آن روغن است مطابق شکل (م۵-۳۷) به یک مجرای هوا متصل شده است. روغن در مانومتر مطابق شکل (م۵-۳۷ الف) حرکت می‌کند یا (شکل م۵-۳۷ ب)؟ توضیح دهید. اگر جهت جریان معکوس شود پاسخ شما چه خواهد بود؟



شکل م ۵-۳۷

۵-۳۸ مطابق شکل م۵-۳۸ قرار است سرعت سیال در لوله‌ای با استفاده از دو نوع لوله پیتوت مختلف با مانومترهای جیوه‌ای اندازه گرفته شود. به نظر شما آیا هر دو مانومتر سرعت یکسانی را نشان می‌دهند؟ اگر این طور نیست کدام دقیق‌تر است؟ توضیح دهید اگر در لوله به جای هوا آب در جریان باشد پاسخ شما چه خواهد بود؟



شکل م ۵-۳۸

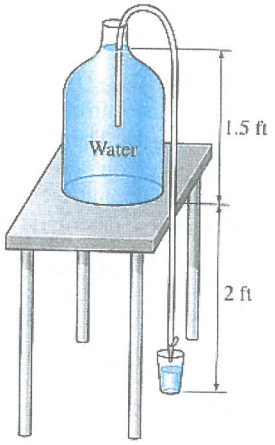
۵-۳۹ در آب و هوای سرد، اگر احتیاط‌های لازم به عمل نیاید ممکن است که لوله‌های آب یخ زده و بترکند. در موردی که چنین پیشگیری نشده لوله ترکیده و آب تا ارتفاع $۳۴m$ به بالا پاشیده می‌شود. فشار نسبی آب در لوله را تخمین بزنید. فرضیات خود را بیان کنید و بگویید که آیا فشار واقعی بیشتر و یا کمتر از مقدار پیش‌بینی شده توسط شماست.

۵-۴۰ یک لوله پیتوت- استاتیک برای اندازه‌گیری سرعت یک هواپیمای در حال پرواز در ارتفاع $۳۰۰۰m$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر اختلاف فشار خوانده شده $۳kPa$ باشد، سرعت هواپیما را به دست آورید.

۵-۴۱ در هنگام مسافرت روی یک جاده خاکی، کف ماشین به یک صخره نوک تیز برخورد کرده و سوراخ کوچکی در کف مخزن سوخت ایجاد می‌شود. اگر ارتفاع

بنزین در مخزن $30cm$ باشد، سرعت اولیه بنزین در سوراخ را به دست آورید. در مورد چگونگی تغییر سرعت با زمان بحث کنید و اگر درپوش مخزن محکم بسته شده باشد اثر آن بر روی جریان چیست؟

۴۲-۵ آب آشامیدنی مورد نیاز یک اداره توسط بطری‌های بزرگی تأمین می‌شود. یک انتهای شلنگ پلاستیکی به قطر $0.25in$ در یک بطری قرار دارد که این بطری در بالا قرار گرفته است. انتهای دیگر با یک شیر در $2ft$ پایین‌تر از کف بطری قرار دارد. اگر هنگامی‌که بطری پر از آب باشد، سطح آب در بطری $1.5ft$ باشد، حداقل زمانی که طول می‌کشد یک لیوان به حجم ۸ اونس ($0.00835\,ft^3$) پر از آب شود را در دو حالت محاسبه کنید، (الف) در آغاز باز شدن بطری و (ب) هنگامی‌که بطری تقریباً خالی است.



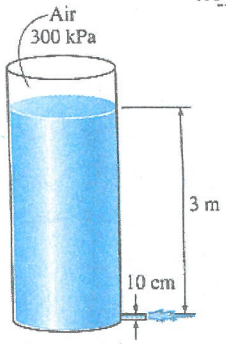
شکل م۵-۴۲

۴۳-۵ یک پیزومتر و یک لوله پیتوت در یک لوله افقی آب به قطر $3cm$ قرار گرفته‌اند و ارتفاع ستون آب اندازه‌گیری شده در پیزومتر $20cm$ و در لوله پیتوت $35cm$ است (هر دو از بالای سطح لوله اندازه‌گیری می‌شوند). سرعت در مرکز لوله را به دست آورید.

۴۴-۵ قطر یک مخزن آب استوانه‌ای شکل D_0 بوده و ارتفاع آن H است. مخزن پر از آب بوده و در تماس با اتمسفر است. دریچه‌ای به قطر D_0 با یک ورودی هموار (یعنی بدون افت) در کف مخزن تعبیه می‌شود. رابطه‌ای برای زمان مورد نیاز (الف) برای تخلیه نصف مخزن و (ب) برای تخلیه کامل مخزن به دست آورید.

۴۵-۵ در کف یک مخزن آب تحت فشار، دریچه‌ای به قطر $10cm$ تعبیه شده است که از طریق آن آب به اتمسفر تخلیه می‌شود. سطح آب $3m$ بالاتر از خروجی است. فشار هوای بالای سطح آب در مخزن $300kPa$ است (مطلق)، در حالی که فشار اتمسفر

$100kPa$ می‌باشد. با صرف‌نظر از اثرات اصطکاکی، دبی حجمی اولیه خروجی از مخزن را به دست آورید.

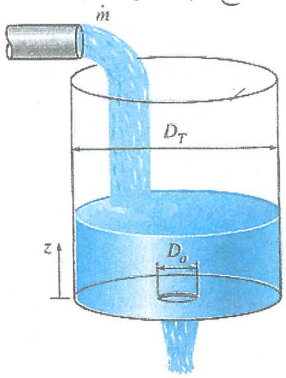


شکل م۵-۴۵

۴۶-۵ مسأله ۵-۴۵ را در نظر بگیرید. با استفاده از *EES* (یا هر نرم افزار دیگر)، اثر ارتفاع آب موجود در مخزن روی سرعت تخلیه را به دست آورید. ارتفاع آب از $0m$ تا $5m$ در بازه‌های $0/5m$ تغییر می‌کند. نتایج حاصله را جدول‌بندی کرده و ترسیم کنید.

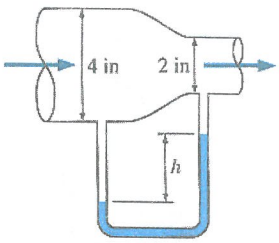
۴۷-۵ سیفونی، آب را از یک منبع بزرگ به یک مخزن کوچک‌تر که در ابتدا خالی است می‌رساند. در فاصله $15ft$ از سطح مخزن ارفیسی نصب شده که آب از آن خارج می‌شود. قطرهای سیفون $2in$ هستند. با صرف‌نظر از افت‌های اصطکاکی، ارتفاع آب موجود در مخزن در حالت تعادل را تعیین کنید؟

۴۸-۵ آب با دبی جرمی $\dot{m}_{in}$، به صورت دائم وارد مخزنی به قطر D_T می‌شود. با تعبیه سوراخی به قطر D_0 در کف مخزن، آب از آن خارج می‌شود. ورودی دریچه کاملاً گرد است به طوری که می‌توان از افت‌های اصطکاکی صرف‌نظر کرد. اگر مخزن در ابتدا خالی باشد، (الف) تعیین کنید که آب در مخزن حداکثر تا چه ارتفاعی خواهد رسید و (ب) رابطه‌ای برای ارتفاع آب z برحسب زمان به دست آورید.



شکل م۵-۴۸

۴۹-۵ آب در یک لوله افقی با دبی حجمی $1\,gal/s$ جریان دارد. لوله دارای دو مقطع با قطرهای $4\,in$ و $2\,in$ می‌باشد که با یک تراکم تدریجی به هم وصل می‌شوند. اختلاف فشار بین «مقطع لوله با یک مانومتر جیوه‌ای» اندازه‌گیری می‌شود. با صرف‌نظر از اثرات اصطکاکی اختلاف ارتفاع جیوه بین دو مقطع لوله را محاسبه کنید.



شکل م ۵-۴۹

۵۰-۵ هواپیمایی در ارتفاع $12000\,m$ در حال پرواز است. اگر سرعت هواپیما $200\,km/h$ باشد، فشار نسبی در نقطه سکون واقع در دماغه هواپیما را محاسبه کنید. اگر سرعت $1050\,km/h$ باشد، مسأله را چگونه حل خواهید کرد؟

۵۱-۵ سرعت هوا در مجرای یک سیستم گرمایش با یک لوله استاتیک- پیتوت که درون لوله قرار گرفته و با جریان موازی است اندازه‌گیری می‌شود. اگر اختلاف ارتفاع میان ستون‌های آب متصل به دو خروجی لوله $2/4\,cm$ باشد (الف) سرعت جریان و (ب) افزایش فشار در نوک لوله را تعیین کنید. دما و فشار هوا در مجرا به ترتیب $45^\circ C$ و $98\,kPa$ می‌باشد.

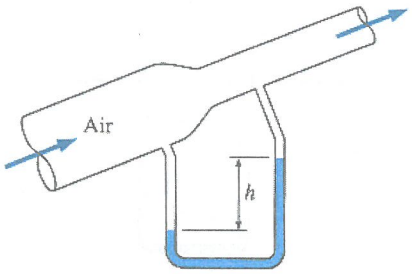
۵۲-۵ آب موجود در یک استخر شنا به قطر $10\,m$ و ارتفاع $2\,m$ با باز کردن یک لوله افقی به قطر $3\,cm$ و طول $25\,m$ که در کف استخر تعبیه شده، خالی می‌شود. حداکثر دبی تخلیه آب از لوله را تعیین کنید. هم‌چنین توضیح دهید که چرا دبی واقعی جریان کمتر است.

۵۳-۵ مسأله ۵-۵۲ را در نظر بگیرید. تعیین کنید که چه مدت زمان طول می‌کشد تا استخر شنا به طور کامل خالی شود.

۵۴-۵ مسأله ۵-۵۳ را در نظر بگیرید. با استفاده از *EES* (یا هر نرم افزار دیگر) اثر قطر لوله تخلیه روی زمان لازم برای تخلیه کامل استخر را بررسی کنید. قطر از $1\,cm$ تا $10\,cm$ در بازه‌هایی $1\,cm$ تغییر می‌کند. نتایج را جدول‌بندی و رسم کنید.

۵۵-۵ هوا در فشار $110\,kPa$ و دمای $50^\circ C$ از یک مجرای شیب‌دار با قطر $6\,cm$ و دبی حجمی $45\,L/s$ به سمت بالا جریان دارد. قطر مجرا توسط یک کاهنده به $4\,cm$

کاهش می‌یابد. تغییر فشار در عرض کاهنده توسط یک مانومتر آبی اندازه‌گیری می‌شود. اختلاف ارتفاع میان دو نقطه روی لوله که دو بازوی مانومتر به آنجا متصل شده‌اند، $0/2m$ می‌باشد. اختلاف ارتفاع میان سطوح سیال در دو بازوی مانومتر را به دست آورید.

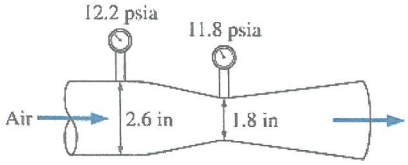


شکل م ۵-۵۵

۵-۵۶ هوا در یک ونتوری متر جریان دارد که قطر قسمت ورودی $26in$ (مکان ۱) و قطر گلوگاه $8in$ (مکان ۲) می‌باشد. فشار نسبی اندازه‌گیری شده در ورودی $12/2psia$ و در گلوگاه $11/8psia$ می‌باشد. با صرف‌نظر از اثرات اصطکاکی، نشان دهید که دبی حجمی را به صورت زیر می‌توان تعیین کرد،

$$\dot{V} = A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - A_2^2 / A_1^2)}}$$

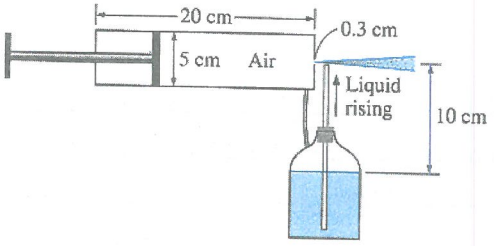
و دبی حجمی‌هوا را به دست آورید. چگالی هوا را $0/075 lbm/ft^3$ بگیرید.



شکل م ۵-۵۶

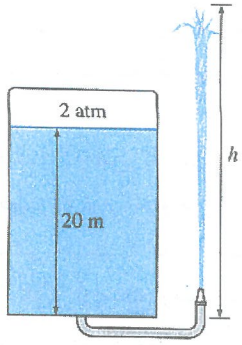
۵-۵۷ فشار نسبی آب در لوله‌های شهری در یک مکان مشخص $400kPa$ است. تعیین کنید که آیا این خط لوله می‌تواند آب را به همسایه‌های این محل که در فاصله $50m$ بالای آن قراردارند، بفرستد.

۵-۵۸ از پمپ دستی یک دوچرخه می‌توان به عنوان یک پاشنده برای تولید ذرات ریز رنگ یا به عنوان حشره‌کش استفاده کرد. این کار با فرستادن هوای با سرعت بالا به یک سوراخ کوچک و قرار دادن یک لوله کوتاه میان منبع مایع و جت هوای با سرعت بالا انجام می‌شود، که فشار پایین باعث بالا رفتن مایع در لوله می‌شود. در چنین پاشنده‌ای، قطر حفره $0{,}3cm$، فاصله عمودی میان سطح مایع در لوله و سوراخ $10cm$، قطر تلمبه و کورس پیستون آن به ترتیب $5cm$ و $20cm$ می‌باشد. اگر شرایط اتمسفر $20^{\circ}C$ و $95kPa$ باشد حداقل سرعت حرکت پیستون در حین عملیات پمپاژ را که برای آغاز اثر پاشش لازم است، به دست آورید. مخزن مایع در تماس با اتمسفر است.



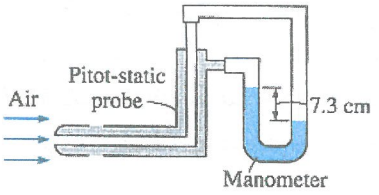
شکل م ۵-۵۸

۵-۵۹ سطح آب مخزنی $20m$ بالاتر از سطح زمین است. شلنگی به کف مخزن متصل شده و در انتهای شلنگ یک نازل به صورت مستقیم و رو به بالا قرار گرفته است. درب مخزن آب‌بندی شده و هوا به آن وارد نمی‌شود. فشار نسبی هوا در بالای سطح آب $2atm$ است. سیستم در سطح دریا قرار دارد. حداکثر ارتفاعی را که آب بالا می‌رود به دست آورید. جواب: $40{,}7m$



شکل م ۵-۵۹

۵-۶۰ یک لوله پیتوت- استاتیک برای اندازه‌گیری سرعت هوا به یک مانومتر آبی متصل شده است. اگر انحراف (فاصله عمودی میان سطوح سیال در دو بازو) $7/3cm$ باشد، سرعت هوا را به دست آورید. چگالی هوا را $1/25 kg/m^3$ در نظر بگیرید.



شکل م ۵-۶۰

۵-۶۱ سرعت هوا در یک مجرا با استفاده از یک لوله پیتوت- استاتیک متصل به یک فشارسنج دیفرانسیلی اندازه‌گیری می‌شود. اگر فشار مطلق هوا $13/4 psia$ و دما $70^\circ F$ و عدد خوانده شده توسط فشارسنج دیفرانسیلی $0/15 psi$ باشد، سرعت هوا را به دست آورید. جواب: $143\ ft/s$

۵-۶۲ در یک نیروگاه قدرت هیدروالکتریک آب در فشار مطلق $700 kPa$ و با سرعت ناچیز وارد نازل توربین می‌شود. اگر خروجی نازل در تماس با فشار اتمسفر $100 kPa$ باشد، حداکثر سرعتی را که آب در نازل قبل از برخورد به پره‌های توربین به خود می‌گیرد، را تعیین کنید.

معادله انرژی

۵-۶۳ جریان آدیاباتیک دائم یک سیال تراکم‌ناپذیر را در نظر بگیرید. آیا دمای سیال در این جریان می‌تواند کاهش یابد؟ توضیح دهید.

۵-۶۴ جریان آدیاباتیک دائم یک سیال تراکم‌ناپذیر را در نظر بگیرید. اگر در این جریان دمای سیال ثابت بماند، آیا صحیح است که بگوییم اثرات اصطکاکی قابل صرف‌نظر است؟

۵-۶۵ افت هد بازگشت‌ناپذیر چیست؟ چطور به افت انرژی مکانیکی مرتبط می‌شود؟

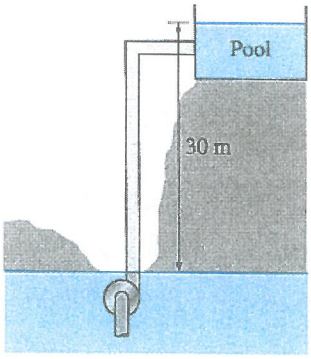
۵-۶۶ هد مفید پمپ چیست؟ چطور به توان خروجی پمپ مرتبط می‌شود؟

۵-۶۷ ضریب تصحیح انرژی جنبشی چیست؟ آیا این ضریب قابل توجه است؟

۵-۶۸ سطح آب در مخزنی $20m$ بالاتر از سطح زمین است. شلنگی به کف مخزن متصل شده است و نازلی در انتهای شلنگ به صورت مستقیم به سمت بالا گرفته شده است.

جریان آب در نازل $25m$ از سطح زمین بالا می‌رود. توضیح دهید که چه چیزی ممکن است سبب بالا رفتن آب به بالاتر از سطح مخزن شود؟

۵-۶۹ آب زیرزمینی توسط یک پمپ $3kW$ غوطه‌ور با بازده ۷۰ درصد به استخری که سطح آزاد آن $30m$ بالاتر از سطح آب زیرزمینی است پمپاژ می‌شود. قطر لوله در قسمت ورودی $7cm$ و در قسمت تخلیه $5cm$ است. (الف) حداکثر دبی آب را و (ب) اختلاف فشار در دو طرف پمپ را تعیین کنید. فرض کنید که اختلاف ارتفاع میان ورودی پمپ و خروجی آن و اثر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی قابل صرف‌نظر است.



شکل م ۵-۶۹

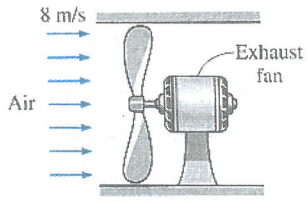
۵-۷۰ مسأله ۵-۶۹ را در نظر بگیرید. اگر افت هد بازگشت‌ناپذیر در سیستم لوله‌کشی $5m$ باشد، دبی آب و اختلاف فشار در دو طرف پمپ را تعیین کنید.

۵-۷۱ در یک نیروگاه قدرت هیدروالکتریک، آب از ارتفاع $240ft$ به سمت توربین جریان می‌یابد و در آنجا توان الکتریکی تولید می‌شود. اگر بازده کلی توربین– ژنراتور ۸۳ درصد باشد، حداقل دبی مورد نیاز برای تولید $100kW$ الکتریسیته را به‌دست آورید.
جواب: $370\,lbm/s$

۵-۷۲ مسأله ۵-۷۱ را در نظر بگیرید. اگر افت هد بازگشت‌ناپذیر سیستم لوله‌کشی میان سطوح آزاد منبع و چاه $36ft$ باشد، دبی آب را به دست آورید.

۵-۷۳ دمنده‌ای برای تهویه حمامی، با ابعاد $2m \times 3m \times 3m$ انتخاب شده است. برای به حداقل رساندن نوسانات و نویز، سرعت هوا نباید از $8\,m/s$ تجاوز کند. بازده مرکب بخش موتور– دمنده مورد استفاده را ۵۰ درصد می‌توان در نظر گرفت. اگر دمنده بخواهد حجم کل هوا را در ۱۰ دقیقه تعویض کند. (الف) توان دستگاه موتور– دمنده‌ای را که باید خریداری کرد، (ب) قطر پوسته دمنده و (ج) اختلاف فشار

در دو طرف دمنده را تعیین کنید. چگالی هوا را $۱٫۲۵ kg/m^3$ در نظر گرفته و اثر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی را نادیده بگیرید.



شکل م ۵-۷۳

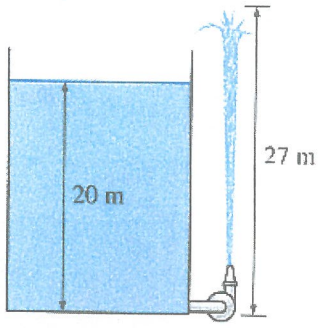
۵-۷۴ آب توسط یک پمپ (محوری) با قدرت $۱۰kW$ و با دبی $۲۵L/s$ از یک دریاچه بزرگ به منبعی که در $۲۵m$ بالاتر از آن قرار دارد پمپ می‌شود. اگر افت هد برگشت ناپذیر در سیستم لوله کشی $۷m$ باشد، بازده مکانیکی پمپ را به دست آورید. جواب: ۸۷٫۵ درصد.

۵-۷۵ مسأله ۵-۷۴ را در نظر بگیرید. با استفاده از نرم افزار *EES* (یا هر نرم افزار دیگر)، اثر افت هد بازگشت ناپذیر روی بازده مکانیکی پمپ را بررسی کنید. افت هد از ۰ تا $۱۵ m$ در بازه‌های $۱m$ تغییر می‌کند. نتایج را ترسیم و در مورد آنها بحث کنید.

۵-۷۶ یک پمپ (محوری) با قدرت $۷hp$ برای انتقال آب به ارتفاع $۱۵m$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر بازده مکانیکی پمپ ۸۲ درصد باشد، حداکثر دبی حجمی آب را به دست آورید.

۵-۷۷ آب با دبی حجمی $۰٫۰۳۵ m^3/s$ در یک لوله افقی که قطر آن با کاهنده‌ای از $۱۵cm$ تا $۸cm$ کاهش یافته، در حال جریان است. اگر فشار اندازه‌گیری شده در خط مرکزی قبل و بعد از دیفیوزر به ترتیب $۴۷۰kPa$ و $۴۴۰kPa$ باشد، افت هد بازگشت‌ناپذیر در کاهنده را تعیین کنید. ضرایب تصحیح انرژی جنبشی را ۱٫۰۵ در نظر بگیرید. جواب: $۰٫۶۸m$

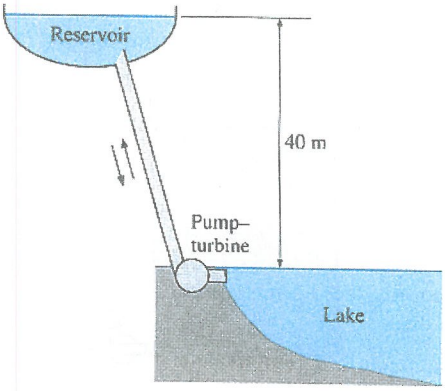
۵-۷۸ سطح آب در یک مخزن $۲۰m$ بالاتر از سطح زمین است. شلنگی در کف مخزن تعبیه شده و نازل قرار گرفته در انتهای شلنگ به صورت مستقیم و رو به بالا است. مخزن در سطح دریاست و سطح آب آن در تماس با فشار اتمسفر است. در خط لوله اصلی میان مخزن و نازل پمپی قرار دارد که فشار آب را افزایش می‌دهد. اگر ارتفاع عمودی جت آب از سطح زمین $۲۷m$ باشد، حداقل فشاری که پمپ به خط آب داده است را به‌دست آورید.



شکل م ۵-۷۸

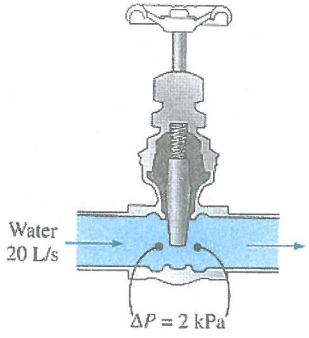
۷۹-۵ یک توربین هیدرولیکی دارای هد قابل دسترس $85m$ در دبی حجمی $0/25 m^3/s$ است و بازده کلی توربین- ژنراتور ۷۸ درصد است. توان الکتریکی خروجی از این توربین را محاسبه کنید.

۸۰-۵ تقاضا برای توان الکتریکی در طول روز معمولاً بیشتر از شب است و کمپانی‌های تولیدکننده برق برای تشویق مصرف‌کنندگان به استفاده از ظرفیت تولیدی توان موجود و اجتناب از ساختن نیروگاه‌های جدید گران قیمت که فقط نخواهد در مدت زمان کوتاه در دوره اوج مصرف مورد استفاده قرار گیرد، توان در شب را به قیمت بسیار پایین‌تری می‌فروشند. صنایع اغلب به دنبال خریداری توان تولید شده در طول روز از بخش‌های خصوصی با قیمت بالا می‌باشند فرض کنید که یک کمپانی توان الکتریکی را در شب با نرخ $\$0/038/kWh$ می‌فروشد و برای توان تولید شده در طول روز $\$0/08/kWh$ هزینه پرداخت می‌کند. برای به دست آوردن مزیت این فرصت، شرکتی ساختن یک منبع بزرگ در $40m$ بالاتر از سطح دریاچه را توصیه می‌کند، تا با استفاده از توان ارزان آب را از دریاچه به منبع در شب پمپ کرده و با بازگشت جریان آب از منبع به دریاچه در طول روز از آن برق بگیرد، به صورتی که در جریان معکوس شده موتور به پمپ به عنوان یک توربین- ژنراتور برق تولید می‌کند. تحلیل مقدماتی نشان می‌دهد که از دبی $2m^3/s$ در هر جهت می‌توان استفاده کرد و افت هد بازگشت‌ناپذیر در سیستم لوله‌کشی $4m$ است. انتظار می‌رود که بازده‌های ترکیبی موتور- پمپ و توربین- ژنراتور هر کدام ۷۵٪ باشد. فرض کنید که در یک روز معمولی سیستم $10h$ به عنوان پمپ و $10h$ به عنوان توربین کار کند. در آمد حاصل از این سیستم پمپ- توربین در سال را محاسبه کنید.



شکل م ۵–۸۰

۸۱–۵ آب با دبی $۲۰ L/s$ در یک لوله افقی با قطر ثابت $۳cm$ در جریان است. افت فشار در شیری که در مسیر لوله قرار گرفته $۲kPa$ است. افت هد بازگشت‌ناپذیر در شیر و توان پمپاژ مفید مورد نیاز برای غلبه بر افت فشار حاصله را به دست آورید.



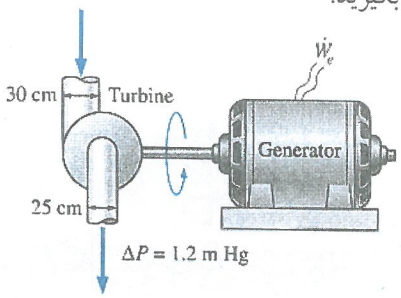
شکل م ۵–۸۱

۸۲–۵ سطح آب در یک مخزن $۶۶ft$ بالاتر از سطح زمین است. شلنگی در روی سطح زمین به کف مخزن متصل شده و در انتهای شلنگ نازلی به صورت مستقیم رو به بالا قرار داده شده است. مخزن به طور کامل آب‌بندی شده است، اما فشار روی سطح آب نامشخص است. حداقل فشار نسبی هوای درون مخزن، که سبب می‌شود تا جریان آب از نازل به اندازه $۹۰ft$ از زمین بالاتر رود را محاسبه کنید.

۸۳–۵ مخزن بزرگی در ابتدا پر از آب است و ارتفاع آب از مرکز دریچه‌ای با لبهٔ تیز و قطر $۱۰cm$ برابر با $۲m$ است. سطح مخزن آب در تماس با اتمسفر بوده و دریچه نیز

به اتمسفر تخلیه می‌شود. اگر افت هد برگشت‌ناپذیر کلی سیستم $0/3\,m$ باشد، سرعت تخلیه اولیه آب از مخزن را به دست آورید. ضریب تصحیح انرژی جنبشی در دریچه را ۱٫۲ در نظر بگیرید.

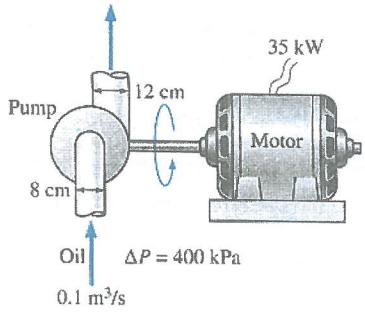
۸۴-۵ آب از طریق لوله‌ای به قطر $30\,cm$ و با دبی $0/6\,m^3/s$ وارد یک توربین هیدرولیکی شده و از لوله‌ای به قطر $25cm$ خارج می‌شود. افت فشار اندازه‌گیری شده در توربین توسط یک مانومتر جیوه‌ای، $1/2m$ می‌باشد. اگر بازده کلی ژنراتور- توربین ۸۳ درصد باشد، توان الکتریکی خروجی را به دست آورید. اثر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی را نادیده بگیرید.



شکل م ۵-۸۴

۸۵-۵ پروفیل سرعت برای جریان مغشوش در یک لوله دایره‌ای شکل را معمولاً به صورت $u(r)=u_{\max}(1-r/R)^{1/n}$ که $n=7$ است، تقریب می‌زنند. ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای این جریان را به دست آورید.

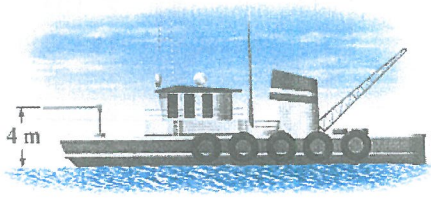
۸۶-۵ پمپ روغنی برای پمپاژ روغن با چگالی $\rho=860\,kg/m^3$ و دبی $0/1\,m^3/s$ توان الکتریکی $35kW$ دریافت می‌کند. قطرهای ورودی و خروجی لوله به ترتیب $8cm$ و $12cm$ می‌باشد. اگر افزایش فشار در پمپ $400kPa$ بوده و بازده موتور ۹۰ درصد باشد، بازده مکانیکی پمپ را به دست آورید. ضریب تصحیح انرژی جنبشی را ۱٫۰۵ در نظر بگیرید.



شکل م ۵-۸۶

۸۷-۵ یک پمپ با قدرت $12hp$ با بازده ۷۳ درصد در حال پمپاژ آب با دبی $1/2\ ft^3/s$ از دریاچه‌ای به یک استخر از طریق لوله‌ای با قطر ثابت می‌باشد. سطح آزاد استخر $35ft$ بالاتر از سطح آزاد دریاچه می‌باشد، افت هد برگشت‌ناپذیر در سیستم لوله کشی بر حسب ft و توان الکتریکی مورد استفاده برای غلبه بر آن را محاسبه کنید.

۸۸-۵ یک قایق آتش نشانی در حال مبارزه با آتش در نواحی ساحلی آب دریا با چگالی $1030\ kg/m^3$ را از لوله‌ای با قطر $20\ cm$ و دبی حجمی $0/1\ m^3/s$ مکیده و از نازل یک شلنگ با قطر خروجی $5cm$ به بیرون می‌پاشد. افت هد بازگشت‌ناپذیر سیستم $3m$ و محل نازل $4m$ بالاتر از سطح دریاست. برای پمپی با بازده ۷۰ درصد، توان محوری ورودی مورد نیاز برای پمپاژ و سرعت آب تخلیه شده را محاسبه کنید.



شکل م ۵-۸۸

مسائل دوره‌ای

۸۹-۵ مخزنی با قطر $D_0=10m$ در ابتدا پر از آب است و ارتفاع آب $2m$ بالاتر از مرکز شیری با قطر $D=10cm$ که در نزدیکی کف مخزن قرار گرفته، می‌باشد. سطح مخزن در تماس با اتمسفر می‌باشد و مخزن از طریق لوله‌ای به طول $L=100m$ که به شیر متصل است تخلیه می‌شود. ضریب اصطکاک لوله $f=0/015$ داده شده است و سرعت تخلیه به صورت $V=\sqrt{2gz/(1/5+fL/D)}$ بیان می‌شود که z ارتفاع آب بالای مرکز شیر می‌باشد. (الف) سرعت تخلیه اولیه از مخزن و (ب) زمان مورد نیاز برای تخلیه مخزن را تعیین کنید .هنگامی‌که سطح آب مخزن به مرکز شیر برسد مخزن خالی می‌شود.

۹۰-۵ آب زیرزمینی توسط پمپی به داخل استخری با سطح مقطع $3m\times4m$ پمپ می‌شود. آب از طریق دریچه‌ای به قطر $5cm$ با سرعت متوسط ثابت $5\ m/s$ تخلیه می‌شود. اگر سطح آب استخر با نرخ $1/5\ cm/\min$ افزایش یابد، دبی حجمی آب تأمین شده توسط استخر بر حسب m^3/s را به دست آورید.

۹۱-۵ سرعت مایع در حال جریان در یک لوله دایروی با شعاع R، از صفر در دیواره تا مقدار حداکثر در مرکز لوله در حال تغییر است. توزیع سرعت در لوله را به صورت

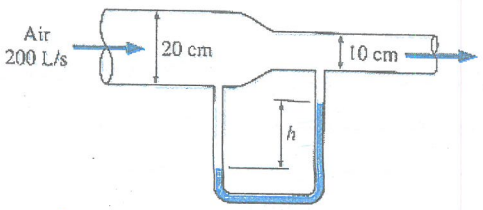
$V(r)$ نشان داد که r فاصله شعاعی از مرکز لوله می‌باشد. بر طبق تعریف دبی جرمی $\dot{m}$، رابطه‌ای برای سرعت متوسط بر حسب $V(r)$، R و r به‌دست آورید.

۹۲-۵ هوا با دبی $۴/۱۸ kg/m^3$ وارد شیپوره‌ای می‌شود که نسبت سطح ورودی و خروجی آن ۲ به ۱ است. هوا با سرعت $۱۲۰ m/s$ وارد شیپور شده و با سرعت $۳۸۰ m/s$ آن را ترک می‌کند. چگالی هوا را در خروجی تعیین کنید.
جواب: $۲/۶۴ kg/m^3$

۹۳-۵ هوا در یک اتاق بیمارستان به ابعاد $۶m \times ۵m \times ۴m$ هر $۲۰ min$ به طور کامل توسط هوای تازه تعویض می‌شود. اگر بخواهیم که سرعت متوسط هوا در مجرای هوای دایروی متصل به اتاق از $۵ m/s$ تجاوز نکند، حداقل قطر مجرا را به دست آورید.

۹۴-۵ در مخزن آب تحت فشاری به قطر $۲m$، دریچه‌ای با قطر $۱۰cm$ در کف آن تعبیه شده است که از آن دریچه آب به اتسمفر تخلیه می‌شود. در ابتدا سطح آب $۳m$ بالاتر از خروجی است. فشار مطلق هوای موجود در بالای سطح آب مخزن $۴۵۰kPa$ و فشار اتمسفر $۱۰۰kPa$ می‌باشد. با صرف‌نظر از افت‌های اصطکاکی (الف) چه مدت طول می‌کشد تا نصف آب مخزن تخلیه شود و (ب) سطح آب مخزن را بعد از $۱۰s$ تعیین کنید.

۹۵-۵ هوا با دبی $۲۰۰ L/s$ در لوله‌ای در جریان است. لوله شامل دو مقطع با قطرهای $۲۰cm$ و $۱۰cm$ می‌باشد که این دو مقطع با لوله همگرایی به یکدیگر وصل شده‌اند اختلاف فشار بین دو مقطع توسط یک مانومتر آبی اندازه‌گیری می‌شود. با صرف‌نظر از اثرات اصطکاکی، اختلاف ارتفاع آب میان دو مقطع لوله را محاسبه کنید. چگالی هوا را $۱/۲۰ kg/m^3$ در نظر بگیرید. جواب: $۳/۷ cm$

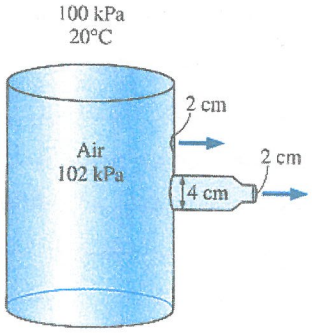


شکل م ۵-۹۵

۹۶-۵ هوا در فشار $۱۰۰kPa$ و دمای $۲۵^\circ C$ در یک مجرای افقی با سطح مقطع متغیر در جریان است. ستون آب مانومتری که اختلاف میان دو مقطع را نشان می‌دهد دارای اختلاف ارتفاعی به میزان $۸cm$ است. اگر سرعت در مقطع اول ناچیز و اصطکاک

قابل صرف‌نظر باشد، سرعت در مقطع دوم را محاسبه کنید. هم‌چنین، اگر خطای ممکن در خواندن مانومتر $\pm 2mm$ باشد، تحلیل خطایی برای تخمین محدوده اعتبار سرعت به دست آمده انجام دهید.

۹۷-۵ مخزن بسیار بزرگی در مکانی که فشار هوای اتمسفر $100kPa$ و دما $20^{\circ}C$ است محتوی هوا در فشار $102kPa$ است. اینک سوراخی به قطر $2cm$ ایجاد می‌کنیم. حداکثر دبی جرمی‌هوای عبوری از سوراخ را به دست آورید. اگر هوا از طریق لوله‌ای به قطر $4cm$ و طول $2m$ با نازلی به قطر $2cm$ تخلیه شود پاسخ شما چه خواهد بود؟ اگر فشار در مخزن ذخیره $300kPa$ باشد، آیا شما مسأله را با همان شیوه حل خواهید کرد؟

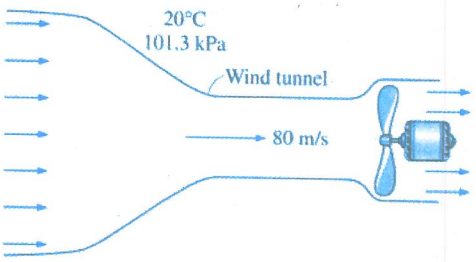


شکل م ۵-۹۷

۹۸-۵ آب در یک ونتوری متر با قطر ورودی $7cm$ و قطر گلوگاه $4cm$ در جریان است. فشار اندازه‌گیری شده در ورودی $430kPa$ و در گلوگاه $120kPa$ می‌باشد. با صرف‌نظر از اثرات اصطکاکی، دبی حجمی جریان را به دست آورید. جواب: $0/538 m^3/s$

۹۹-۵ سطح آب در یک مخزن $80ft$ بالاتر از سطح زمین است. شلنگی به کف مخزن متصل شده است و در انتهای شلنگ نازلی به صورت مستقیم رو به بالا قراردارد. مخزن در سطح دریاست و سطح آب در تماس با اتمسفر است. در خط رابط مخزن به نازل، پمپی قرار دارد که فشار آب را تا $10psia$ افزایش می‌دهد. حداکثر ارتفاعی که جریان آب می‌تواند بالا رود را محاسبه کنید.

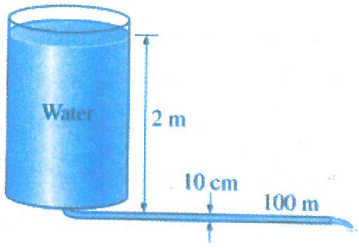
۱۰۰-۵ تونل بادی توسط یک دمنده بزرگ که در نزدیکی خروجی تونل نصب شده است هوای اتمسفر در دمای $20^{\circ}C$ و فشار $101/3kPa$ را به داخل می‌مکد. اگر سرعت هوا در تونل $80 m/s$ باشد، فشار در تونل را به دست آورید.



شکل م ۵-۱۰۰

۱۰۱-۵ آب با دبی حجمی $۰٫۰۲۵ m^3/s$ در یک لوله افقی که قطر آن توسط یک مقطع واگرا از $۶cm$ به $۱۱cm$ افزایش می‌یابد در جریان است. اگر افت هد در بخش واگرا $۰٫۴۵m$ و ضریب تصحیح انرژی جنبشی در ورودی و خروجی ۱٫۰۵ باشد، تغییر فشار را محاسبه کنید.

۱۰۲-۵ مخزن بزرگی به ارتفاع $۲m$ در ابتدا پر از آب است. سطح آب مخزن در تماس با اتمسفر است و یک دریچه با لبه تیز به قطر $۱۰cm$ در کف مخزن قرار دارد و از طریق یک لوله افقی به طول $۱۰۰m$ آب را به اتمسفر تخلیه می‌کند. اگر افت هد بازگشت‌ناپذیر کل در سیستم $۱٫۵m$ باشد، سرعت اولیه آب از مخزن را محاسبه کنید. اثر ضرایب تصحیح انرژی جنبشی را نادیده بگیرید. جواب: $۳٫۱۳ m/s$



شکل م ۵-۱۰۲

۱۰۳-۵ مسأله ۵-۱۰۱ را در نظر بگیرید. با استفاده از نرم افزار *EES* (یا هر نرم افزار دیگر) اثر ارتفاع مخزن روی سرعت اولیه تخلیه آب از مخزن کاملاً پر را بررسی کنید. ارتفاع مخزن از $۲m$ تا $۱۵m$ در بازه‌هایی به طول $۱m$ افزایش می‌یابد و فرض کنید که افت هد برگشت‌ناپذیر ثابت است. نتایج را جدول‌بندی و ترسیم کنید.

۵-۱۰۴ مسأله ۵-۱۰۲ را در نظر بگیرید. برای تخلیه سریع‌تر مخزن، پمپی در نزدیکی خروجی مخزن نصب شده است. هنگامی‌که مخزن پر است هد ورودی مورد نیاز پمپ را برای این‌که سرعت متوسط آب $6\ m/s$ باشد تعیین کنید.

مسائل طراحی و کاربردی

۵-۱۰۵ با استفاده از یک ظرف بزرگ با حجم معلوم و اندازه‌گیری زمانی که برای پر شدن کامل ظرف از طریق یک شلنگ باغبانی لازم است، دبی جرمی جریان و سرعت متوسط آب در شلنگ را تعیین کنید.

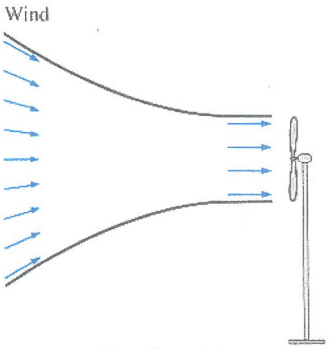
۵-۱۰۶ کمپانی شما آزمایشی را ترتیب داده است که این آزمایش شامل اندازه‌گیری دبی هوا در یک مجرا می‌باشد و شما با تجهیزات مناسب آماده انجام این آزمایش می‌باشید. در مورد روش‌ها و وسایل موجود برای اندازه‌گیری دبی جریان هوا تحقیق کنید و در مورد مزایا و معایب روش بحث کنید و پیشنهادات خود را بنویسید.

۵-۱۰۷ طراحی‌های مبتنی بر کامپیوتر، با استفاده از مواد بهتر و روش‌های ساخت بهتر، سبب افزایش قابل توجه بازده پمپ‌ها، توربین‌ها و موتورهای الکتریکی شده است. با تعدادی سازندگان پمپ، توربین و موتور تماس گرفته و در ارتباط با بازده این محصولات اطلاعاتی به دست آورید. در کل، رابطه بازده با نرخ توان این دستگاه‌ها چیست؟

۵-۱۰۸ با استفاده از یک پمپ دوچرخه برای ایجاد جت هوا، یک قوطی نوشابه گازدار به عنوان منبع آب و شلنگی به عنوان لوله یک عدد دستگاه پاشنده طراحی کرده و آن را بسازید. در مورد اثر پارامترهای مختلف از قبیل طول لوله، قطر سوراخ خروجی و سرعت پمپاژ روی بازده مطالعه کنید.

۵-۱۰۹ توضیح دهید که چگونه می‌توانید با استفاده از یک نی نوشیدنی قابل انعطاف و یک خط‌کش، سرعت جریان آب در یک رودخانه را اندازه گرفت.

۵-۱۱۰ قدرت تولیدی یک توربین باد با توان سوم سرعت باد متناسب است. همان‌طور که در شکل م۵-۱۱۰ نشان داده شده است. فردی ادعا می‌کند که به منظور افزایش سرعت سیال در نازل می‌توان با نصب لوله‌ای همگرا انرژی باد را از یک سطح بزرگ‌تر دریافت کرده و قبل از برخورد به پره‌های توربین آن را شتاب‌دهی کرد. در مورد این‌که آیا تغییر پیشنهادی باید در طراحی توربین‌های بادی جدید مدنظر قرار گیرد، بررسی کنید.



شکل م ۵-۱۱۰

مراجع و متون پیشنهادی

1. C. T. Crowe, J. A. Roberson, and D. F. Elger. *Engineering Fluid Mechanics*, 7th ed. New York: Wiley, 2001.
2. R. C. Dorf, ed. in chief. *The Engineering Handbook*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1995.
3. B. R. Munson, D. F. Young, and T. Okiishi. *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 4th ed. New York: Wiley, 2002.
4. R. L. Panton. *Incompressible Flow*, 2nd ed. New York: Wiley, 1996.
5. M. C. Potter and D. C. Wiggert. *Mechanics of Fluids*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.
6. M. Van Dyke. *An Album of Fluid Motion*. Stanford, CA: The Parabolic Press, 1982.